

# MATEMATİKSEL DÜŞÜNMEDE SÜRECİ VE SONUCU YOKLAYAN TESTLER ARASINDA BİR KARŞILAŞTIRMA

Dr. Aysun U MAY\*

## GİRİŞ

Okullarda eğitimin yaratıcı düşünmeye yönelmesi çağdaş insan olarak tanımlanan yaratıcı, özgür, bağımsız düşünebilen, kendine güvenli bireyler yaratma çabalarının bir sonucudur. Bu yöneliş özü itibarıyla yaratıcı düşünmeye son derece yatkın olan matematik öğretiminde de yeni arayışlara neden olmaktadır. Özellikle 1960'lı yıllarda Ülkemizde ders programlarında yapılan köklü değişiklikler, "klasik matematik" öğretiminden "modern matematik" öğretimine geçilmesi, bilgisayarların öğretimde daha sık kullanılıyor olması ve artan diğer teknik ders araç ve tekniklerinin katkısıyla günümüzde matematik öğretim yöntemleri ve hedeflerinin değişmesi sonucuna ulaşılmıştır.

Matematik öğretimindeki hedeflerde görülen ve yaratıcı düşünmeyi artırmaya yönelik bu değişimler doğal olarak ölçme ve değerlendirme işlemlerinde de yeni içerik ve yöntem arayışlarına neden olmaktadır.

Yaratıcılık yeteneğini ölçmek için geliştirilmiş olan araçlar genellikle verilen seçenekler arasından bir seçim yaptırmak yerine bireyin kalem kağıdı eline alıp yazması, çizmesi ya da söylemesi temeline dayanır. Bu anlamda yaratıcılığın ölçülmesinde çoktan seçmeli testler tercih edilmez. Hatta çoktan seçmeli testlerin yaratıcı düşünceyi baltaladığı, bireyi verilen seçeneklere hapsettiği bile ileri sürülebilmektedir. Bunun tek istisnası, belki de matematikte problem çözme becerisinin ölçülmesinde görülmektedir.

Problem, amaca en uygun yoldan ulaşmak için gerekli eylemlerin bilinçli olarak araştırılmasıdır. Zihindeki bir durum hemen, hiçbir güçlük olmadan, belli hareketlerle ortadan kaldırılabiliyorsa karşımızda bir problem yoktur. Ancak, hangi hareketlerin yapılacağı belli değilse o zaman çözülmesi gereken bir problem den söz edilebilir (Polya, 1962: 117).

Matematikte problem çözme davranışı genellikle yeni durumlar yaratmayı, öğrenilmiş bilgileri aynen kullanmak yerine problemin iç örüntüsü içinde yeni ilişkiler keşfetmeyi, özgün çözüm yolları üretmeyi içerir. Bu yönüyle matematikte problem çözme davranışının çoğunlukla yaratıcı düşünmeyi gerektirdiği öne sürülebilir.

\* H.Ü. Eğitim Bilimleri Fakültesi Öğretim Üyesi.

İster yeni problem üretmeye, isterse verilen bir problemi farklı yollardan çözmeye olanak veren kompozisyon tipi sınavlarda olsun çözümü aşama aşama izlemek ölçmeci için daha çok gözlem yapma olanağı sağladığından önemli bir avantajdır. Ancak, bu tür sınavların değerlendirilmesinde daha az deneysel yöntemler kullanılması zorunluğu, bir ölçme aracının vazgeçilmez nitelikleri olan geçerlik ve güvenilirliklerinin hesaplanabilmesindeki güçlük ve ölçme aracının geliştirilme olanaklarının sınırlılıkları düşünülürse çoktan seçmeli testlerin de önemli avantajları olduğunun gözardı edilmemesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.

Matematikte çoktan seçmeli testlerin kullanımında genellikle fazla sakınca görülmez. Bunun başlıca nedenlerinden biri, matematiksel bir kesinlikle matematik problemlerinde doğru cevabın kesin ve tek olması olabilir. Belki de yine bu nedenle matematikte problem çözme davranışı bugüne dek çoktan seçmeli testlerle, "sonuç" aşamasında ölçülelmıştır. Matematiksel düşünme bir süreci ve süreç sonucunda ulaşılan sonucu birlikte içerdiğine göre, acaba sürecin ölçülmesinde de çoktan seçmeli testler kullanılamaz mı? Bu yapılabildiğinde kompozisyon tipi sınavların dezavantajlarından kaçınırken süreci ölçmenin problem çözmedeki önemi de göz ardı edilmemiş olur. Çünkü problem çözme, aşamalar halinde gelişen bir süreçtir ve aşamaların teker teker puanlanması puanlamada ayrıntılandırmayı getireceğinden ölçme işleminin güvenilirliğini de artırabilir.

Kişilerin çözüme ulaşmak için kullandıkları yolları gözlemek her zaman olanaklı olmayabilir. Ancak yine de bazı problemlerin çözümünde çoğunluğun izlediği yol benzerdir. Bu çözümlerden en azından yaygın olanlar saptanarak düşünme sürecinin aksayan yönleri ölçülebilir. Acaba bu her zaman için mümkün müdür? Bu soruyu yanıtlayabilmek için hangi davranışların problemin beklendiği şekilde çözüldüğünü gösterebileceğini belirlemek yerinde olur. Bu davranışlar şunlar olabilir:

**1. Düşünme süreci içindeki yanışı bulma.** Bu davranış, problemi doğru olarak çözebilenlerin yapılan yanışı da fark edebilecekleri sayılısına dayandırılmaktadır.

**2. Süreç içinde izlenmesi gereken yolda boş bırakılan ya da kritik adımı bulma.** Bazı problemleri belli bir yolla çözerken mutlaka başvurulması gereken bir adım, kritik bir nokta bulunur. Bir başka deyişle, o nokta aşılmadan problemi bu yolla çözmek mümkün olmaz. Bu durumda sorulacak nokta kesin ve tek olacağından çoktan seçmeli testlerle de yoklanabilir. Bazı problemlerde ise böylesi bir kritik nokta diğerleri kadar açık ve net değildir, ancak düşünme süreci içindeki, verilen iki nokta arasına sıkıştırılarak elde edilebilir. İşte bu noktanın yoklanması cevaplayıcının süreci ne ölçüde izleyebildiğini gösteren bir davranış olarak kabul edilebilir.

**3. Belli bir düşünme sürecinde ilk ya da bir sonraki adımı bulma.** Problemi çözmeye ilk olarak hangi adımın atılarak başlanacağına, ya da çözmeye başladıktan sonra normal olarak izlenmesi gereken yolda gelecek adımın hangisi olması gerektiğine karar vermek, cevaplayıcının süreci tek başına sürdürebileceğinin bir ölçüsü olarak düşünülebilir.

**4. Verilen bir çözüm yoluna uygun problemi seçme.** Çözüm yolundan yola çıkarak diğer problemler arasından uygun problemi seçmek de problemi süreç olarak düşünebilmeyi gerektiren bir davranış olarak kabul edilebilir.

**5. Verilen çözüm yollarından probleme en uygun olanı seçme.** Verilen bir probleme uygun olan çözümü seçebilmek için çözümü bir bütün olarak düşünüp verilenleri bu açıdan incelemek gerekeceğinden bu davranışın da süreci ölçmekte bir gösterge olarak kabul edilebileceği düşünülebilir.

Yukarıda sayılan beş davranış problem çözmeye geçirilen sürecin belirli sınırlamalarla da olsa ölçülebilmesine katkıda bulunabilir. Bir problemi çözerken geçirilen sürecin kişiye göre değişmesi doğaldır. Bu nedenle her matematik probleminin süreç aşamasında da ölçülmesinde zorlukla karşılaşılabilir. Özellikle de birden çok yolla sonuca gidilebilen problemlerde düşünme sürecini yoklamak oldukça zor olabilir. Bu durumda bireyi madde yazarının çözüm mantığını kullanmaya itmek, psikolojik açıdan da rahatsız edici gelebilir. Hatta burada işin içine bireyin kişilik özellikleri girebilir. Kendine güveni fazla olan bireyler için bu rahatsızlık daha da artabilir. Ancak yine de bir problemi süreç aşamasında yanıtlayanlarla sonuç aşamasında yanıtlayanların test ve madde istatistiklerinin karşılaştırılması bizi ilginç bulgulara ulaştırabilir.

## **Problem Cümlesi**

Matematik problemlerinin çözümündeki zihinsel süreci yoklamak amacıyla geliştirilen "Matematikselsel Düşünme Sürecini İzleme" adı verilen soru tipi ile geçirilen bu zihinsel süreç sonunda ulaşılabacak olan sonucu isteyen sorulardan oluşan iki tip testin, test ve madde istatistikleri arasında ne gibi farklar vardır?

## **Alt Problemler**

I. "Matematikselsel Düşünme Sürecini İzleme" sorularından oluşan A testi ile aynı problemlerin doğrudan sonucunu isteyen sorulardan oluşan B testinin özellikleri arasında ne gibi farklar vardır?

II. A ve B testlerini oluşturan, aynı problemlere karşılık gelen maddelerin özellikleri arasında ne gibi farklar bulunur?

III. Süreci ve sonucu yoklayan testlerden elde edilen puanlar arasında içerik yönünden farklılık var mıdır?

## YÖNTEM

Yapılan çalışma bir temel araştırma niteliğindedir. Araştırma Ankara Fen Lisesi'nden 30 ve Bahçelievler Deneme Lisesi öğrencilerinden 51 olmak üzere toplam 81 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Veriler, Matematiksel Düşünme Sürecini İzleme Testi (A Formu) ve Doğrudan Sonucu İsteyen Test (B Formu) adlı ve aynı problemi birincisi süreç, ikincisi sonuç aşamasında soran maddelerden oluşan iki test ile toplanmıştır. Her iki test de araştırmacı tarafından hazırlanan 100'er test maddesi içinden ön uygulama sonuçları ve uzman kanıları dikkate alınarak seçilmiş 50'şer maddeden oluşmaktadır. A Formundaki maddeler, matematiksel düşünme sürecini izlemeye olanak vereceği düşünülen,

1. Düşünme süreci içindeki yanlışı bulma,

2. Süreç içinde izlenmesi gereken yolda boş bırakılan ya da kritik adımı bulma,

3. Belli bir düşünme sürecinde ilk ya da bir sonraki adımı bulma,

4. Verilen bir probleme uygun çözüm yolunu seçme,

5. Verilen çözüm yollarından probleme en uygun olanı seçme

davranışlarını ölçmeye yönelik 10'ar problemten oluşmakta, B Formunda ise aynı problemlerin doğrudan sonuçlarını isteyen maddeler yer almaktadır.

## BULGULAR VE YORUM

1. İlk alt problem iki testin test istatistiklerinin karşılaştırılmasını ön görmektedir. Uygulama sonucunda toplanan verilerden hesaplanan A ve B formlarına ilişkin bazı istatistikler Tablo I'de gösterilmiştir.

Tablo I incelendiğinde A formu kadar olmamakla birlikte B formunun da biraz güç bulunduğu ve geniş birer dağılıma sahip oldukları anlaşılmaktadır. (Sağa çarpık ve basık)

İki testin ortalama güçlükleri arasındaki fark t testi ile sınanmış ve 0.05 düzeyinde anlamlı bulunmuştur. Testlerin varyansları, geçerlik ve güvenilirlik katsayıları arasındaki farkın ise anlamlı olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

**TABLO 1**  
**A ve B FORMLARININ GENEL ÖZELLİKLERİNİ**  
**GÖSTEREN BAZI İSTATİSTİKLER**

İSTATİSTİKLER	A Formu	B Formu
Test Puanları Ortalaması ( $\bar{x}$ )	21.27	24.28
Testin Ortalama Güçlüğü ( $p$ )	0.43	0.49
Standart Sapma	11.83	14.04
Kayışıklık Katsayısı	1.08	1.34
Basıklık Katsayısı	-1.34	-1.50
KR-20 Güvenirlik Katsayısı	0.94	0.96
Geçerlik Katsayısı	0.69	0.69

Eldeki testlerin benzer dağılımlar ve özellikler taşıyan, ortalamaları farklı iki test olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum matematikte düşünme sürecini izlemenin, problemi çözmekten daha zor bulunduğu biçiminde yorumlanabilir. Eğer düşünme sürecini izlemenin daha yaratıcı bir düşünme gerektirdiği doğru ise, sürece ilişkin soruların öğrencilere daha zor gelmesinin beklentilere uygun düşeceği de söylenebilir.

2. Alt problemlerden ikincisi, aynı problemlerde karşılık gelen soruların madde istatistikleri arasındaki farkın anlamlılığı temelinde incelenmiştir.

Madde güçlük indeksleri açısından karşılaştırdıklarında, A formundaki maddelerden yalnızca 4'ü B formundaki karşılığından anlamlı derecede kolay bulunurken B formundaki 12 maddenin A formundaki karşılığından anlamlı derecede kolay bulunduğu anlaşılmaktadır. Bu sonuç da süreci izlemenin sonucu bulmaktan zor bulunduğunun bir göstergesidir. Madde güçlük indeksleri anlamlı derecede farklı bulunan maddelerin süreci izleme davranışlarına göre dağılımları incelendiğinde ise kayda değer bir gruplaşma gözlenmediği söylenebilir.

Madde ayırıcılık gücü indeksleri açısından karşılaştırma yapıldığında, ayırıcılık gücü anlamlı derecede yüksek olan maddelerin çoğunluğunun B formunda olduğu görülmektedir. (25'e karşılık 8 madde). Madde güçlük indekslerinde olduğu gibi, ayırıcılık gücü anlamlı derecede farklı bulunan maddelerin süreci izleme davranışlarına göre dağılımlarında da çarpıcı bir gruplaşma ile karşılaşılmamaktadır.

Maddeler güvenirlikleri açısından karşılaştırdıklarında ise hiçbir maddenin diğer formdaki karşılığından anlamlı derecede farklı olmadığı anlaşılmıştır.

3. İki testin test puanları üzerinde yapılan faktör analizi, testlerdeki toplam varyansın % 94.07'sinin aynı faktörle açıklandığını ortaya koymuştur. Bu bulgu iki testin büyük ölçüde aynı değişkeni ölçtüğünün belirtisi olarak kabul edilebilir.

A formundaki beş davranışa ilişkin sorular alt test kabul edilerek bu alt test puanlarına uygulanan faktör analizi, faktör yüklerinin değişkenler üzerindeki dağılımlarının biraz arttığını ortaya koymakla birlikte, yine de davranışların farklı nitelikleri ölçtüklarini ileri sürülebilmek mümkün olamamaktadır.

## SONUÇLAR VE ÖNERİLER

1. Yapılan araştırmada, matematikte ölçülmesi bugüne dek ihmal edilmiş yeni bir çoktan seçmeli soru tipi olduğu ileri sürülmektedir. Matematikte yalnızca sonucun değil, sürecin de ölçülmesinin problem çözme beceresine katkı getirebileceği görüş ile matematiksel düşünme sürecinin çoktan seçmeli testlerle de ölçülebileceği, geçerliği ve güvenilirliği yüksek bir test geliştirilerek gösterilmiştir.

2. Yeni soru tipinin yazım zorlukları, genellikle uzun okuma zamanı alması gibi sakıncalarına karşın testlerin içinde yer alması çoktan seçmeli testlerle ölçme yapılırken sürecin ihmal edilmesi ihtimalini ortadan kaldırabilir. Bu amaçla geliştirilen süreç testi (A Formu), doğrudan sonucu yoklayan test (B Formu) ile sonuçları açısından karşılaştırılmış ve beklenenin tersine ulaşılan bulgular sürecin yoklanmasının doğrudan sonucun ölçülmesine önemli bir katkı getireceği görüşünü desteklememiştir. Test geliştirme açısından anlamlı farklar bulunmamış olmakla birlikte, matematikte problem çözme davranışının çözüm süreci ve sonucun bulunması ile bir bütün olduğu kabul edildiğinde bu soru tipinin sözü edilen sakıncalarına karşın yine de belli oranlarda testlerin içinde yer almasının yararlı olabileceği düşünülebilir. Hatta bu maddelerin problem çözmeye başarısız olan öğrencilerin başarısızlıklarının nereden kaynaklandığının teşhisinde kullanılabilmesi öne sürülebilir ki bu bir başka araştırma konusudur.

3. Araştırmada kullanılan her iki testin de geçerlik ve güvenilirlik katsayıları oldukça yüksek bulunmuştur. Bir ölçme aracının en önemli nitelikleri sayılan geçerlik ve güvenilirliklerinin yüksek oluşu bu araçlarla yapılan ölçümlere olan güveni de artırır. Araçların geçerlik ve güvenilirlikleri arasında anlamlı fark bulunmamış olması araçlardan hiçbirinin diğerine göre üstün olmadığı sonucunu doğurmaktadır.

4. Araştırmada kullanılan iki test arasında güçlük açısından anlamlı bir fark bulunmuştur. Matematiksel düşünmede problemi çözüp sonucu bulmanın, aynı problemin çözüm sürecini izlemekten daha kolay bulunduğu anlaşılmaktadır. Bunun nedenlerinden biri öğrencilerin yeni soru tipine alışık olmamaları, diğeri var olan eğitim sistemi gereği öğrencilerin eleştirel düşünmeye fazla yönlendirilmemeleridir. Eleştirel düşünme gücünün ölçülmesi ve geliştirilmesi yolları kuşkusuz bu araştırmanın kapsamı

dışındadır, ancak yine de bu konunun araştırılmasının yararlı olacağı bu araştırmanın sonuçlarına bakılarak da söylenebilir.

5. Matematik problemlerinin çözümünde izlenen yolun kişiden kişiye değişebileceği kabul edildiğinde bir çözüm yolunu seçmede kişilerin hangi ölçütlerle hareket ettiklerinin bilinmesi için problem çözme beceresinin kazandırılmasında yararlı olabilir. Yeni soru tipi bu tür araştırmalarda kullanılabilir gibi bu amaçla yeni araştırmalar yapılması, problem çözme sürecinin daha kolay izlenebilmesi ve eksikliklerinin giderilebilmesini de sağlayabilir.

## KAYNAKLAR

- Baykul, Y. ve P. Aşkar, (1987), **Matematik Öğretimi**, Ankara: Açık Öğretim Fakültesi Yayınları.
- Dunn, J. A., (1975), Tests of Creativity in Mathematics, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 6,3: 327-332.
- Erden, M., (1984), **İlkokulların Birinci Devresine Devam Eden Öğrencilerin Dört İşleme Dayalı Problemleri Çözerken Gösterdikleri Davranışlar**, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Ankara.
- Fidan, N., (1986), **Okulda Öğrenme ve Öğretme**, Ankara: Kadioğlu Matbaası.
- Horst, P., **Psychological Measurement and Prediction**, California: Wadsworth Publishing Comp.
- Kagan, J. ve C. Lang (1978), **Psychology and Education**, New York: Harcourt Brace Jonvanovich.
- Karaçay, T., (1985), **Matematik Öğretiminin Bugünkü Durumu ve Değerlendirilmesi, Ortaöğretim Kurumlarında Matematik Öğretimi ve Sorunları**, Ankara: TED Yayınları.
- Kazancı, O., (1979), **Lise Fen Programlarının Eleştireci Düşünme Gücünün Geliştirilmesindeki Rolü**, (Yayımlanmamış Doçentlik Tezi), Ankara.
- Mailer, N., (1970), **Problem Solving and Creativity**, California: Brooks/Cole Pub. Comp.
- Nesin, A., (1989), **Matematik ve Korku**, İstanbul: Amaç Yayınları.
- Peterson P. L., E. Fennema ve T. Carpenter, (1988-89) Using Knowledge of How Students Think About Mathematics, **Educational Leadership**, December 1988-January 1989.
- Polya, G., (1962), **Mathematical Discovery**, London: John Wiley and Sons inc.
- Tepedelenlioğlu, N., (1983), **Kim Korkar Matematikten**, Ankara: Bilim ve Sanat Yayınları.
- Umay, A. (1992), **Matematiksel Düşünmede Süreci ve Sonucu Yoklayan Testler Arasında Bir Karşılaştırma**, (Yayımlanmamış Doktora Tezi), Ankara.
- Yıldırım, C., (1988), **Matematiksel Düşünme**, İstanbul: Remzi Kitabevi.