

Matematiksel Problemleri Çözmede Öğrenci Güçlükleri

Y. Do. Dr. Meral AKSU (*)

İnsan yapısı, ardaşık (sequential) ve yığılmalı (cumulative) olarak büyüyen ve yaşayan bir disiplin olan matematiğin zor ya da kolay olduğu sürekli olarak tartışma konusu olagelmıştır. Ancak, genellikle, matematik «s» ile başlayan üç sözcükle vasıflandırılır: «Sıkıcı, sevilmeyen ve soyut». Matematik, öğrenci, ailesi ve çevresi tarafından bu şekilde algılandığında, matematik öğretiminin sorunları çok ve geniş olmaktadır. Bu sorunlara pratik çözümler bulmak, matematiksel problemleri çözmek kadar, hatta yer yer onlardan daha güçtür denilebilir.

Öğretmen sınıfta öğrencilerine, «çocuklar, sayılar hiçbir zaman yalan söylemez. Bir binanın yapımını ele alalım. 12 işçi bir binayı bir günde bitirebilirse, bir işçi aynı binayı 12 günde bitirir» örneğini verir ve öğrencilerin anlayıp anlamadığını görmek için Ali'den benzer bir örnek vermesini ister. Ali ayağa kalkar ve gülümseyerek, «bir gemi okyanusu altı günde geçerse, altı gemi bir günde geçer» örneğini verir.

Her öğretmen, karşısında iyi yetişmiş, ileri öğretime hazır ve öğrenmeye hevesli öğrenciler bulmak ve onları bu şekilde bir sonraki basamağa hazırlamak ister. Şurası artık çok iyi bilinmektedir ki, her öğrenci aynı şekilde, aynı hızda ve aynı bütünlükte öğrenememektedir. Böylece öğretmen, öğrenileceklerine uygun hedefleri saptarken, o kurstaki (ya da dersteki) öğrencilerine uygun öğrenme faaliyetleri planlamak durumundadır. Bir matematik öğretmenin arzu edilen matematik hedeflerini kavramasının yanı sıra, öğrencilerin, matematiği nasıl öğrendiklerini de kavramış olması gerekir. Öğretmenin bilmesi gereken bir başka nokta da, matematiğin ardaşıklığı ve birbiri üzerine inşa edilme özelliklerinden kaynaklanan, bilgilerin ve becerilerin tekrarlanma ve sürekli kullanılma gerekliliğidir.

(*) ODTÜ Eğitim Fakültesi, Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Öğretim Üyesi.

Matematik öğretiminin temelinde olan problem çözme, öğrencilerin korkulu rüyası olagelmıştır. Problem nedir, sorusunu bir psikiyatrist, bir fen bilimci ve bir matematikçi, farklı yaklaşımlarla ele alıp cevaplamaktadırlar. Ancak, hepsi problemin giderilmek istenen bir güçlük ya da cevap aramakta olan bir soru olduğu hususunda birleşmektedir. Problem çözme süreci ele alındığında problemin çözümü için başarılması gereken basamakların incelenmesi gerekir. John Dewey (1910) problem çözme basamaklarını, a) problemin varlığının farkedilmesi, b) problemin tanımlanması, c) önceki deneyim, bilgi, çözüm ve fikirlerin kullanılarak hipotezlerin ve önermelerin kurulması, d) hipotezlerin ve olası çözümlerin sınanması, e) sonuçların değerlendirilmesi ve karara varılması olarak beşe ayırmıştır. George Polya (1945) ise, a) problemin anlaşılması, b) çözüm için plan hazırlanması, c) planın yürütülmesi ve d) geriye dönüş ve çözümün incelenmesi olarak dört basamaktan söz etmektedir. Stephen Krulik (1977) de, problem çözme basamaklarını dörde ayırarak önerdiği stratejiyi bir akış şeması ile göstermiştir. Sözel formda öğrenciye verilen bir problemin çözümü için başarılması gereken basamaklar şöyle incelenebilir : İlk önce, problemin dikkatle okunması, anlaşılması ve analiz edilmesi gerekir. Analiz işleminde verilenler nelerdir, bilinmeyenler nelerdir ve bu problemin çözümü hangi matematiksel sistem içerisinde mümkündür gibi soruların cevaplanması gerekir. İkinci olarak, problemde verilenlerden hareketle gerekli denklem veya denklemleri kurmak, diğer bir deyişle sözel formdan sembolik forma geçmek gerekir. Bu da matematik dilinin kullanılması demektir. Sembolik forma geçildikten sonra yapılacak iş, çözüm için gerekli işlemlerin yürütülmesidir. Çözüm varsa ve bulunmuşsa bile, problem çözme süreci henüz tamamlanmamıştır. Sürecin son basamağı geriye dönüp bakmak yani sonucun geçerli olup olmadığını sınamaktır. Bu da gerekli koşulun yeterli koşul olup olmadığının kontrolüdür. Bu basamağın daha iyi anlaşılması için bir örnek verilecek olursa.

$$\frac{3x}{x-4} - 5 = \frac{12}{x-4}$$

işleminin sonucu $x = 4$ olarak bulunur. Burada, eğer eşitlik doğru ise x 'in değeri 4 olmalıdır. Diğer bir deyişle $x = 4$ bu denklemin çözümü için gerekli koşuldur. Ancak, bu koşul yeterlilik için sı-

nandığında $x = 4$ 'ün imkansız bir değer olduğu, çünkü eşitliğin her iki tarafının 0'a bölünmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır.

Problem çözme basamakları; kısaca, problemin okunması ve kavranması, sembolik forma dönüştürme, işlemlerin yürütülmesi ve sonucun sınanması şeklinde sınıflandırılabilir. Öğrencilerin bu basamakların her birinde çeşitli kaynaklardan gelen nedenlerle hata yapma olasılığı vardır. Öğretmenin, problem çözme sürecinde güçlüğü olan öğrencilere yardımcı olabilmesi için, bu basamakları tanıması, öğrenci güçlüklerinin hangi basamak ya da basamaklarda olduğunu teşhis etmesi ve nedenlerini kabaca da olsa ortaya çıkarması ve bu güçlükleri giderecek öğretim tekniklerine sayıya çıkarması ve bu güçlükleri giderecek öğretim tekniklerine aşina olması gerekir. Matematiksel problemleri çözmeye öğrenci güçlüklerini inceleyen çalışmalarda (Boyd, 1972; Clements, 1980) en önemli hata kaynaklarının okuma, kavrama ve dönüştürme güçlükleri olduğu görülmüştür.

Sözü edilen problem çözme basamakları paralelinde, problem çözme sürecinde okuma ve kavrama, yapı, işlem ve karar verme güçlükleri sıralanabilir. Aşağıda bu güçlüklerin herbiri ele alınıp güçlüğe neden olabilecek kaynaklar ve bunları gidermek üzere kullanılacak öğretim tekniklerinden söz edilecektir.

Problem çözme sürecinin ilk ve en önemli basamağı, problemin okunması ve kavranmasıdır. Okuma ve kavrama güçlüğü olan bir öğrencinin güçlük kaynakları çeşitlidir. Bunlar arasında, kelime haznesinin zayıflığı, kötü okuma alışkanlıkları, detaylar üzerine yoğunlaşmama, bilinenlerle bilinmeyenleri ayırt edememe, problemin can alıcı kısmını kendi ifadesi ile verememe, problemde yer alan saklı (hidden) soruları görememe, yorum yapmama ve doğurguları çıkaramama sayılabilir. Bu tip güçlükleri gidermek üzere sınıfta kullanılacak öğretim teknikleri şunlar olabilir :

- öğrenciye sözlük kullanma, kendi kendine sürekli soru sorma, yavaş, dikkatli ve çözümlemeli (analitik) okuma alışkanlıklarının kazandırılması,
- öğrenciye, anlamları ve saklı soruları ortaya çıkaracak sorular sorulması ve bunların cevaplanmasında yardımcı olunması,
- çeşitli problem örüntülerine dikkat çekilmesi,
- okuduğunu kendi cümleleri ile anlatma pratiğinin sağlanması.

Problem çözme sürecinde öğrencilerin karşılaşacağı ikinci tip güçlük, problemin sözel formdan sembolik forma dönüştürülmesinde olabilir. Yapı güçlüğü olarak adlandırılacak bu tip güçlüğün kaynakları; problemde verilen önemli (gerekli) ve önemsiz

verileri ayırt edememe, temel ilişkileri ve işlem süreçlerini tanıyamama, sistematik işlem yapamama, sebat etmeye istekli olmama ve kötü çalışma alışkanlıkları olabilir. Bu aşamada yapılabilecekler şöyle sıralanabilir : Öğrenciye problemde verilenlerle ilgili şu tip sorular sorulabilir. Verilenler nelerdir, ne bulmanız isteniyor, çözümlü bulabilmek için bilinmesi gerekenler nelerdir, daha fazla bilgiye ihtiyaç var mıdır, var ise, ne gibi bilgiler gerekiyor, problemde verilenlerden niçin bir kısmının kullanılışı diğerlerinin kullanılması gerekmiyor?... Bunların yanısıra, temel ilişkilerin, ilgili formüllerin, saklı soruların ve önemli doğurguların ayırt edilmesinde, ilgili grafiklerin ve şekillerin çizilmesi ve adlandırılmasında, temel işlemlerin ana özelliklerinin kavranmasında öğrenciye yol gösterici olmalıdır. Öğrencilerin verilen verileri kullanarak sözel problemler kurmaları, Türkçe cümleleri matematiksel sembollere ve matematiksel sembolleri Türkçe cümlelere çevirmeleri ve aynı temel örüntüde benzer problemler formüle etmeleri gibi alıştırmalar yapmalarına olanak sağlanmalıdır. Ayrıca, bütün işlemlerde temizlik ve düzgünlüğe önem verilmeli ve öğrencileri gelişigüzel tahminlerden vazgeçirtip dikkatli ve düşünerek tahmin ve kestirme yapmaya yöneltmelidir.

Öğrencilere düzenli çalışma alışkanlıkları kazanmada, kararlı ve sabırlı olmada ve sebat etmede yardımcı olmalıdır.

Üçüncü tip güçlük, işlem güçlüğüdür. Bu aşamada; öğrencinin, temel ilkeleri, kanunları, formülleri ve işlem yollarını iyi kavrayamamış olması ve işlem yapmada dikkatsiz oluşu güçlüklerle neden olabilir. Bu güçlük kaynağının üstesinden gelebilmek için; temel ilke ve kanunların tekrarı, işlem yolları ve formüllerinin analizi ve işlem teknikleri üzerine alıştırmalar yapılabilir. Ayrıca, diğer basamaklarda olduğu gibi, kestirme teknikleri ve işlemlerin dikkatle kontrol edilmesinin gerekliliği ve dikkatli çalışmanın vurgulanması önemlidir.

Problem çözülüp sonuç bulduktan sonra, bu sonucun anlamlı olup olmadığına karar verme aşaması birçok öğrenci tarafından önemsenmemektedir. Sonuçların kontrol edilmesi yeni probleme konularak problemin elde edilen sonuçla çalışıp çalışmadığına bakılmasının gerekliliği takdir edilmemektedir.

Öğrencilerin kontrol tekniklerine aşına olmaması, bilgilice kestirmeler yapamaması, verilerin ve işlem alanının getirdiği sınırlılıkları teşhis edememe ve yorumlayamaması, bu basamakta güçlüklerle neden olmaktadır. Burada şu çarpıcı örnek verilebilir.

Puanların 29 ile 70 arasında değiştiği 10 kişilik bir grupta ortalama $x = 51.5$ ise standart sapma nedir? On öğrenciye ait puanlar üzerinde, işlem yapan ğrenci sonucu $S = 1.486$ olarak bulup bir sonraki probleme geçebilir. Oysa, verilere bakarak sonucu kontrol etse idi, bir yerde hata yaptığını görebilirdi. Dizi genişliği ve normal dağılım özelliklerini dşunerek sonucun hatalı olduğunu fark edebilirdi. Bu problemde $S = 14.86$ 'dır.

Bu basamaktaki güçlükleri gidermek üzere, problemlerde ge- rekli ve yeterli koşullar arasındaki farkın öneminin vurgulanma- sı, kestirme yapma tekniklerinin öğretilmesi ve orijinal probleme göre kontrol etme alışkanlıklarının kazandırılması sıralanabilir.

Bu çalışmada, problem zeme süreci basamaklarında ğrenci- lerin karşılaşabileceği güçlükler, bu güçlüklere neden olabilecek faktörler ve güçlükleri giderebilecek đretim teknikleri ele alın- mıştır. Güçlüklerin ortaya çıkarılabilmesi için çeşitli yöntemler ve bu konuda çalışmalar vardır. (Clements 1980, Brissenden 1979, Buttler ve diğerleri 1970). Bu alanda teşhis testleri ve ğrenci ile görüşme teknikleri kullanılmaktadır. Bu konuların incelenmeş ayrı bir çalışmada ele alınabilir.

KAYNAKÇA

- Boyd, Elizabeth N. **A Diagnostic Study of Students' Difficulties in General Mathematics in First Year College Work.** New York : AMS Press, Inc., 1972.
- Brissenden, T.H.F. «Teacher - pupil Discussion in Mathematics», **Mathematics in School**, vol. 8, no. 3, 1979, ss. 29-31.
- Buttler H. Charles, ve diđerleri. **The Teaching of Secondary Mathematics.** New York : McGraw-Hill Book Company, 1970.
- Clements, M.A. «Analysing Children's Errors on Written Mathematical Tasks,» **Educational Studies in Mathematics**, 11, 1980, ss. 1-21.
- Cornelius, M. (ed.) **Teaching Mathematics**, London and Canberra : Groom Helm, 1982.
- Dewey, John. **How We Think**, Boston : D.C. Heath, 1910.
- Krulik, Stephen. «Problems, Problem Solving, and Strategy Games.» **Mathe- matics Teacher**, Nov, 1977, ss. 649-652.
- Polya, Georđe. **How to Solve It**. Princeton, N.J. : Princeton University Press, 1945.
- Posementier A.S. ve Stepelman J. **Teaching Secondary School Mathematics**, Columbus : Charles E. Merrill Publishing Co., 1981.
- Rappaport D. **Understanding and Teaching Elementary School Mathematics.** New York : John Wiley and Sons, Inc, 1966.