

Sınıf Öğretmeni Adaylarının Dörtgenlerin Köşegenleri Konusundaki Kavram Görüntüleri*

Pre-service Elementary Teachers' Concept Images on Diagonal of Quadrilaterals

Asuman DUATEPE-PAKSU** Esra İYMEN*** Gül Sinem PAKMAK****

Pamukkale Üniversitesi

Öz

Araştırmanın amacı, son sınıfta okuyan sınıf öğretmeni adaylarının dörtgenlerin köşegenleriyle ilgili kavram görüntülerini incelemektir. Çalışmanın verileri bir devlet üniversitesinin sınıf öğretmenliği bölümünde öğrenim gören 47 sınıf öğretmeni adayıyla görüşmeler yapılarak toplanmış ve nitel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, öğretmen adaylarının % 31.91'inin köşegen kavramını bilmediği ve köşegeni kenar veya köşe olarak düşündükleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının köşegeni açıklarken görsel ve ezbere yaklaşımlara ağırlık verdikleri görülmüştür. Araştırmanın diğer bir sonucu, öğretmen adaylarının köşegen uzunlukları eşit olan dörtgeni belirlemede, köşegenleri dik olan dörtgeni belirlemeye göre daha başarılı olmalarıdır.

Anahtar Sözcükler: Köşegen, dörtgen, sınıf öğretmeni adayları.

Abstract

The aim of this study is to investigate senior pre-service elementary teachers' concept images about diagonal of quadrilaterals. Forty-seven senior pre-service elementary school teachers were interviewed by means of two questions on diagonals of quadrilaterals. Findings of the study revealed that 31.91 percent of the participants did not know the meaning of the diagonal. These pre-service teachers thought that the sides or vertices were diagonals of quadrilaterals. Pre-service teachers used visual and rote approaches during the interviews. Another finding of the study is pre-service teachers were more successful on identifying the quadrilaterals whose diagonals are equal than identifying quadrilaterals whose diagonals are perpendicular to each other.

Keywords: Diagonal, quadrilateral, pre-service elementary teachers

Summary

Purpose

Geometry concepts should be taught as connected with other mathematics concepts so that sound understanding can be actualized. One of the geometry concepts which is related to many other geometry concepts is the diagonal. It is significant to study pre-service elementary teachers' concept images about the diagonal since their concept images have potential effects on

* Bu araştırma PAÜ BAP 2007EGIT003 nolu proje olanakları ile desteklenmiştir.

** Doç. Dr. Asuman DUATEPE-PAKSU, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü aduatepe@pau.edu.tr

*** Esra İYMEN, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Doktora Öğrencisi esraiymen@gmail.com

**** Gül Sinem PAKMAK, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Y. L. Öğrencisi gulsinempkmm@gmail.com

their future students' concept construction. The aim of this research is to investigate senior pre-service elementary teachers' concept images about the diagonal of quadrilaterals. Forty-seven (26 female, 21 male) senior pre-service elementary school teachers were interviewed on two questions related with diagonals of quadrilaterals. The first question was about identifying the quadrilateral whose diagonal were perpendicularly bisect each other. The second question was on finding the quadrilateral whose diagonal were equal. Interview transcripts were analyzed and coded by each researcher independently. Codes were examined for consensus and themes were created for studying the findings.

Results

Findings of the study revealed that 15 pre-service elementary teachers (31.91%) did not know the meaning of diagonal. These pre-service teachers thought that sides or vertices are diagonal of quadrilaterals.

The number of pre-service elementary teachers who answered the first questions correctly and the number of them who gave incorrect answers were same. Ten pre-service elementary teachers who gave the correct answer to this question could not state an explanation to support their answers, they responded as "I remember that diagonals of rhombus are perpendicular, that's why I selected the rhombus". They just remembered some rules and properties related to diagonals and quadrilaterals. 7 elementary pre-service teachers thought visually about the changes of angles between diagonals as they were answering. Nine pre-service elementary teachers used the some properties of angle bisector, triangles constructed by diagonals and the area of those triangles. When the pre-service teachers' answers to the second question were analyzed, one can see that 63.5% of them answered correctly and about 32% of them responded incorrectly. They used some mathematical relations, like the Pythagorean Theorem, and similarity of triangles constructed by the diagonals.

Discussion

This study revealed that about one third of the participants do not possess correct concept images of diagonal and they thought that sides or vertices are the diagonals of quadrilaterals. This finding was parallel with the previous studies (Çetin & Dane, 2004; Dane, 2008; Pickreign, 2007; Sandt & Nieuwoudt, 2003) which indicated that pre-service teachers' lack of knowledge in geometry. Another result of this study revealed that that pre-service teachers gave visual explanation during the interview. This implied that, concurrent with the previous studies (Çetin & Dane, 2004; Dane, 2008; Duatepe, 2000; Gökbulut, Sidekli & Yangın, 2010; Sandt & Nieuwoudt, 2003; Pickreign, 2007; Roberts, 1995; Usiskin, 1982; Şahin, 2008), these teachers candidate reasoned at the first van Hiele geometric thinking level.

Conclusion

This study shows us pre-service elementary teachers do not possess sound understanding of diagonal. Since they were interviewed through 5th grade level task, it can be said that they are far behind the expected level. To improve pre-service elementary teachers' knowledge of geometry, some precautions like revision of the teacher training programme in terms of geometry will be useful.

Giriş

Geometri; topoloji, Euclid geometrisi ve analitik geometri gibi farklı geometrik yaklaşımlar ile oluşturulan bazı aksiyomlar üzerine kurulmuş, birbirleri arasında karmaşık ilişki ağına sahip kavramların yer aldığı bir disiplindir. Matematiğin bu alanı, öğretimin her kademesinde öğrencilerin zorluk yaşadıkları konular arasındadır. Geometrinin, kavramların diğer kavramlar ile ilişkilerini kavramadan anlaşılmasını imkânsız kılan yapısı, onun zorluk yaşanan konular

arasında olmasının sebebi olabilir. Çünkü geometrinin anlaşılabilmesi için ilişkisel anlama gerçekleşmelidir. Diğer bir deyişle geometride, tek başına bir kavramın tanımını bilmek yeterli değildir. Bireyler yaşadığı deneyimler yoluyla zihinlerinde matematiksel kavramlara yönelik, doğru veya yanlış belirli düşünce yapıları oluştururlar. Herhangi bir matematiksel kavramla ilgili olan bilişsel yapının tümü Tall ve Vinner (1981) tarafından kavram görüntüsü olarak tanımlanmıştır. Kavram görüntüsü kavramla ilgili tüm zihinsel resimler ile çağrışım yapan özellikler ve yöntemlerden oluşmuştur. Kavram tanımı ise kavramı özelleştirmek için kullanılan kelimeler bütünüdür (Tall ve Vinner, 1981). Bir kavramın tanımı öğrenildikten sonra karşılaşılan diğer bir kavram veya o kavram ile ilişkilendirilebilen her türlü deneyim kavramdan daha kapsamlı ve farklı bir düşünce yapısını oluşturur. Bu sebeple Tall ve Vinner (1981) tarafından kavram tanımı, kavram görüntüsünün bir parçası olarak görülmektedir. Dolayısıyla kavramların yalnızca tanımını vermek kavramı oluşturmada ve başarıyı sağlamada yeterli olmamaktadır (Cunningham ve Roberts, 2010). Bireylerin geometride yeterli kavram görüntüsü oluşturabilmesi, o kavram ile ilgili gerekli yaşantılar geçirebilecekleri ortamların sağlanmasına bağlıdır. Bunların sağlanmadığı durumda geometrik kavramlar eksik ve anlamlandırılmamış ezber bilgiler şeklinde kalmakta ve bu kavramlara dayalı problemlerin çözümünde zorluk yaşanmaktadır. Bu zorlukların yaşandığı geometrik kavramlardan birisi de köşegendir.

Köşegen kavramı; “bir çokgende bitişik olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçası” ve “bir çokyüzlüde aynı yüzde bulunmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçası” olarak tanımlanmaktadır (Çoker ve Karaçay, 1983). Bu kavrama ilköğretim düzeyinde ilk olarak 4. sınıf ilköğretim matematik ders programında geometri öğrenme alanında yer verilmiştir (MEB, 2009). Programda bir dikdörtgenin çapraz köşelerini birleştirme ve oluşan doğru boyunca katlama ile köşegenlerini oluşturma etkinlikleri yer almaktadır. Bunun yanı sıra program uyarılarında üçgenin köşegene sahip olmadığının vurgulanması gerektiği belirtilmektedir. 5. sınıfta ise dörtgenlerin köşegenleri ile ilgili özelliklerine yer verilmekte, kare ve dikdörtgen modellerinde köşegenlerin birbirini ortadığı, karenin köşegenlerinin dik kesiştiği, köşegen ile kenar arasındaki farkın vurgulanması gerektiği belirtilmektedir.

Temel Geometrik Kavramlara Yönelik Çalışmalar

Öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlara yönelik anlayışların inceleyen çalışmalarda, öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlar ile ilgili yetersizliklerinin olduğu göze çarpmaktadır (Çetin ve Dane, 2004; Dane, 2008; Pickreign, 2007; Sandt ve Nieuwoudt, 2003). Bunun yanı sıra temel geometrik özellikler ile ilgili akıl yürütme yaklaşımlarının, olması gerekenden çok daha alt seviyede olduğu görülmektedir (Kuzniak ve Rauscher, 2007).

Çetin ve Dane (2004) tarafından yapılan çalışmada 95 sınıf öğretmeni adayının aç, çember, üçgen, çap ve yamuk gibi bazı geometri kavramlarını nasıl tanımladıkları açık uçlu sorular ile incelenmiştir. Bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının % 65'inin temel geometrik kavramları tanımlayamadıkları belirlenmiştir. Sınıf öğretmeni adaylarının temel geometrik kavramlara yönelik anlayışlarını inceleyen diğer bir çalışma Pickreign (2007) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada öğretmen adaylarının eşkenar dörtgen ve paralelkenara yönelik yaptıkları tanımlar analiz edilmiştir. Çalışmada 40 öğretmen adayından yalnızca 9'unun dikdörtgen için, yalnızca 1'inin ise eşkenar dörtgen için yeterli tanımı verebildiği görülmüştür. Öğretmen adayları tarafından verilen cevaplar incelendiğinde “*eşkenar dörtgen dik bir köşeye sahip olmayan paralelkenardır*” gibi ifadeler kullandıkları ve pek çok kavram yanlışına sahip oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının yaptıkları tanımlar incelendiğinde, en düşük van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde kaldıkları belirlenmiştir. Kuzniak ve Rauscher (2007) tarafından yapılan çalışmada ise öğretmen adaylarının temel geometrik özellikler ile ilgili akıl yürütmeleri incelenmiş ve öğretmen adaylarının kullandıkları geometrik yaklaşımların bir sınıflaması sunulmuştur. Çalışmada öğrencilerin akıl yürütme seviyeleri üzerine odaklanılmıştır. Öğretmen adaylarının farklı geometri kavramlarına yönelik sorular ile karşılaştıklarında nasıl tepki verdikleri incelenmiş ve bu tepkilerinden hareketle geometri bilgileri hakkında fikir sahibi olunmaya çalışılmıştır. Öğretmen adaylarından kenar uzunluğu ve köşegen uzunluğu verilen

bir dörtgenin, eşkenar dörtgen veya kare olup olmadığını gerekçeleri ile belirtmeleri istenmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarının yanıtlarının 3 farklı seviyede olduğu ortaya çıkmıştır. İddialarını ispat etmek için gerekli dörtgen özelliklerini sayanları birinci seviye, kare ve eşkenar dörtgen arasındaki ilişkileri tanımlayanları ikinci seviye ve son olarak gerekli ve yeterli özellikleri kullananları 3. seviye olarak belirlemiştir.

Alanyazında sınıf öğretmenleri ve öğretmen adaylarının yanında matematik öğretmeni ve matematik öğretmen adaylarına yönelik de araştırmalar bulunmaktadır. Bunlardan biri Sandt ve Nieuwoudt (2003) tarafından gerçekleştirilen çalışmadır. Bu çalışmada 18 matematik öğretmenin ve 100 matematik öğretmen adayının geometri kavramlarına ilişkin bilgilerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırma sonucunda van Hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından 4. seviyede olması beklenen öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının % 85'inin ilk seviyede olduğu görülmüştür. Dane (2008) tarafından yapılan çalışmada ise nokta, doğru ve düzlem gibi temel geometrik kavramlarda ilköğretim matematik öğretmenliği programı öğrencilerinin de yetersizliklerinin ve kavram yanlışlarının olduğu belirlenmiştir.

Köşegen Kavramına Yönelik Çalışmalar

Geometrik düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik alanyazında kullanılan en yaygın testlerden birisi Usiskin (1982) tarafından geliştirilen "Van Hiele Geometri Testi"dir. Bu testin kullanıldığı pek çok çalışmada, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin genel olarak çok düşük olduğu belirlenmiştir (Duatepe, 2000; Gökbulut, Sidekli ve Yangın, 2010; Roberts, 1995; Şahin, 2008). Bu testin geometrik düşünme düzeylerinden ikinci düzeyi test eden soruları arasında yer alan 6., 7. ve 8. maddeleri karenin, dikdörtgenin, eşkenar dörtgenin köşegenleriyle ve geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyi test eden sorular arasında yer alan 14. maddesi ise paralelkenarın köşegenleriyle ilgili akıl yürütmeyi gerektirmektedir.

Bahsedilen 6. maddede her kare için geçerli olan özellik sorulmaktadır. Sorunun seçeneklerinden biri, öğrencilerinin köşegen uzunluğu ile kenar uzunluğunu karşılaştırmasını, diğeri ise karenin köşegenlerinin dik kesişip kesişmediğini belirlemesini gerektirmektedir. Duatepe (2000) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının %28.01'i, Usiskin (1982) tarafından yapılan çalışmada, sonbahar döneminde uygulanan testte, lise öğrencilerinin % 66'sı, Roberts (1995) tarafından yapılan çalışmada ise sınıf öğretmenleri adaylarının %26.3'ü bu soru için doğru cevap olan karenin köşegenlerinin dik kesiştiğini ifade eden seçeneği değil başka bir seçeneği işaretlemiştir. 7. maddede dikdörtgen için geçerli olmayan bir özellik sorulmaktadır. Seçeneklerden birisi, dikdörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olduğunu söylemekte, diğeri bir seçenek ise dikdörtgenin köşegeninin uzunluğu ile uzun kenarının uzunluğunun karşılaştırmasını gerektirmektedir. Bu soruya verilen cevaplara bakıldığında, Duatepe (2000) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının %93.3'ünün doğru cevap verdiği belirtilmektedir. Bu değer 6. sorudaki değer ile karşılaştırıldığında öğretmen adaylarının dikdörtgenin köşegen uzunluklarına yönelik bilgilerinin, karenin köşegenlerinin dikliğine yönelik bilgilerinden daha doğru olduğu söylenebilir. Usiskin (1982) ve Roberts (1995)'in çalışmalarında böyle bir farklılığa rastlanmamıştır. 8. maddede eşkenar dörtgenin tanımı verilip her eşkenar dörtgen için doğru olmayan özellik sorulmaktadır. Seçeneklerden birinde eşkenar dörtgenin köşegenlerinin uzunluklarının eşit olduğu, ikincisinde köşegenlerin aynı zamanda açığortay olduğu ve üçüncüsünde köşegenlerin dik olduğu bilgileri verilmektedir. Duatepe (2000) öğretmen adaylarının % 50.6'sının, Usiskin (1982) sonbahar dönemindeki teste öğrencilerinin % 38'inin, Roberts (1995) sınıf öğretmeni adaylarının % 55.3'ünün bu soruya doğru cevap verdiğini belirtmektedir. Testin 14. maddesinde tüm dikdörtgenler için geçerli olup, bazı paralelkenarlar için geçerli olmayan bir özellik sorulmaktadır. Doğru cevap olan seçenek, köşegen ile ilgili olup 'köşegen uzunlukları eşittir' şeklinde ifade edilmiştir. Duatepe (2000) öğretmen adaylarının %53.3'ünün, Usiskin (1982) öğrencilerin %30'unun ve Roberts (1995) sınıf öğretmenleri adaylarının %20.4'ünün doğru cevap verdiğini belirtmektedir. Bu madde geometrik düşünme düzeylerinden 3. düzeye denk gelen bir sorudur ve dörtgenlerde köşegenlerin özelliklerinin yanı sıra dörtgen ilişkileri ile de ilgilidir.

Doğru cevap oranının bu denli düşük olmasının nedeni, paralelkenar ve dikdörtgenin köşegenlerin uzunluklarına yönelik bilgilerin yetersizliği olabilir. Bunun yanında sorunun daha üst düzey bir geometrik düşünme gerektirmesi ve dikdörtgen olmayan paralelkenarı belirlemedeki zorluklar da doğru cevap oranının düşük olmasının açıklaması olabilir.

Cunningham ve Roberts (2010) yaptıkları deneysel çalışmada, sınıf öğretmeni adaylarının çokgenlerin köşegenleri ve üçgenlerdeki yükseklik kavramlarını içeren sorulara verdikleri yanıtları incelemiştir. Öğretmen adaylarına verilen öntestte yükseklik ve köşegen tanımları verilmiş olmasına rağmen bu kavramlar ile ilgili bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Uygulamanın ardından yapılan sontestte kavramların tanımları yer almamıştır. Sontestte öğretmen adaylarının performanslarının yükselmiş olmasına rağmen prototiplerin dışındaki örneklerde doğru cevap oranlarının düşük olduğu gözlenmiştir. Yapılan bir diğer deneysel çalışmada köşegen kavramı, dik açıortay ve yükseklik çizimlerinde Cabri 2D programının etkisi incelenmiştir (Yıldız, Güven ve Koparan, 2010). Çalışmanın sonucunda Cabri 2D programının 8. sınıf öğrencilerinin bu kavramları anlayışlarına olumlu yönde bir katkıda bulunduğu belirlenmiştir. Gutierrez, Pegg ve Lawrie (2004) tarafından öğrencilerin prizmaların köşegenleriyle ilgili akıl yürütmelerini inceleyen deneysel bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada 7., 8., 9., 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin prizmaların köşegenleri ile ilgili düşünceleri van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre sınıflandırılmıştır. Bunun yanı sıra öğrencilerden bir prizmanın köşegen sayısını bulmaya yönelik elde ettikleri formülleri ispatlamaları istenmiştir. Çalışmada öğrencilerin çok azının formel ispatlar üretebildikleri görülmüştür. Öğrencilerin çoğu 1. seviyedeki akıl yürütmelere uygun yaklaşımlar olarak adlandırılabilir biçimde verilen prizmaların köşegenlerini çizmiş, ancak onlar arasındaki ilişkileri açıklayamamıştır. Çok az öğrenci van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden 4. seviyeye çıkabilmiş, yani soyut formel çıkarım ile prizma için köşegen sayılarını veren bir formül oluşturabilmiştir.

Araştırma Problemi

Alanyazında sınıf öğretmeni adaylarının köşegen kavramına yönelik bilgisine odaklanan çok fazla çalışmaya rastlanılmamıştır. Var olan çalışmalar ise sadece köşegen kavramına odaklanmamış, bu kavram araştırma içerisinde ele alınan çeşitli geometrik kavramlardan biri olmuştur. Oysa köşegen, şekilleri ve cisimleri analiz etmede kullanılan temel kavramlardan biridir. Şekillerdeki köşegen kavramı içselleştirilmeden cisimlerin yüzey ve cisim köşegenlerinin anlaşılması beklenemez. Ayrıca alanyazında bu kavrama yönelik öğretmen adaylarının kavram yanılgılarına sahip olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının köşegen ile ilgili sahip olduğu kavram görüntülerinin, gelecekteki öğrencilerinin oluşturacakları kavramları etkilemesi kaçınılmaz olduğundan incelenmesi önemlidir. Bu sebeple çalışmada sınıf öğretmenliği programı 4. sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının dörtgenlerin köşegenleri konusundaki kavram görüntülerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Araştırmanın problemi şu şekilde ifade edilebilir:

Sınıf öğretmenliği programı 4. sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının dörtgenlerin köşegenleri konusundaki kavram görüntüleri nasıldır?

Yöntem

Araştırma sınıf öğretmeni adaylarının geometrik içerik bilgilerini belirlemek için yürütülmüş bir projenin parçasıdır (Duatepe-Paksu, 2010). Proje kapsamında 39 çoktan seçmeli ve 5 tane çizim gerektiren soru olmak üzere 44 soru içeren bir ölçme aracı kullanılmıştır. Bu çalışmada ise bu sorular içerisinde, dörtgenlerde köşegen konusundaki 2 soru incelenmiştir. Çalışmada, nitel veri toplama yöntemlerinden görüşme yöntemi kullanılmıştır. Görüşmeler ikinci araştırmacı tarafından her bir öğretmen adayı ile birebir gerçekleştirilmiş ve ses kayıt cihazı kullanılarak kaydedilmiştir. Ses kayıtları yazılı metinler haline getirilerek 3 araştırmacı tarafından birbirinden

bağımsız olarak kodlanmıştır. Sonrasında yapılan kodlamalar karşılaştırılmış ve farklı kodlamalar üzerinde tartışılmıştır. Analizlerde ortaya çıkan kodlamaların hepsinde fikir birliğine varılmıştır.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu bir devlet üniversitesinin sınıf öğretmenliği bölümünde son sınıfta okuyan 47 sınıf öğretmeni adayından oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının 26'sı kadın, 21'i erkektir. Öğretmen adaylarının tamamı programdaki matematik ve matematik eğitimi ile ilgili dersleri başarıyla tamamlamıştır.

Ölçme Aracı

Araştırmada öğretmen adaylarına Tablo 1'de yer alan iki soru yöneltilmiştir.

Tablo 1.

Öğrencilere Yöneltilen Sorular

1) Verilenlerin hangisinde her zaman köşegenler birbirine diktir?		2) Aşağıdakilerden hangisinde köşegenlerin uzunlukları eşittir?	
A) Eşkenar dörtgen	B) Dikdörtgen	A) Paralelkenar	B) Yamuk
C) Yamuk	D) Paralelkenar	C) Eşkenar dörtgen	D) Dikdörtgen

İlk soruda öğretmen adaylarının, köşegenleri birbirine dik olan, ikinci soruda ise köşegen uzunlukları eşit olan dörtgeni belirlemeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarından ilk olarak soruları okumaları istenmiş ve cevaplarına karar vermeleri için yeterli süre verilmiştir. Sonrasında, öğretmen adaylarının köşegen kavramına ilişkin kavram görüntülerini belirlemek ve verilen yanıtların arkasındaki akıl yürütmelerin ne olduğunu inceleyebilmek için "Neden o dörtgenin köşegenleri birbirine diktir?" veya "Neden köşegen uzunlukları eşittir?" gibi sorular yöneltilmiştir.

Bulgular ve Yorum

Öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerde 47 öğretmen adayından 15'inin (% 31.91) köşegenin ne olduğunu bilmediği ortaya çıkmıştır. Söz konusu öğretmen adaylarının köşegeni kenar veya köşeyle karıştırdıkları görülmüştür. Bu grupta yer alan 15 öğretmen adayının köşegene ilişkin düşünceleri Tablo 2'de özetlenmiştir.

Tablo 2.

Köşegeni Bilmeyen 15 Öğretmen Adayının Köşegene İlişkin Düşünceleri

Kişi sayısı	Köşegene İlişkin Düşünce
2	Köşegeni köşe olarak düşünme
7	Köşegeni kenar olarak düşünme
6	Soruya göre köşegeni bazen kenar bazen köşe olarak düşünme

Köşegenin köşe olduğunu düşünen bir öğretmen adayı aşağıdaki gibi açıklamada bulunmuştur:

Öğretmen Adayı (ÖA) 12: Şimdi bir tane dikdörtgen çizsek... Bunlar [karşılıklı kenar çiftini kastederek] paralel, bunlar [diğer karşılıklı kenar çiftini kastederek] paralel, tüm açılar diktir diyorum. Şimdi diğerlerinin [diğer seçenekleri kastederek] açıları hep değişik olduğu için dik olmaz. Dikdörtgenin tüm açıları 90° adından belli dikdörtgen.” (1. Soru)

Köşegenin kenar olduğunu ifade eden öğretmen adaylarının açıklamalarına örnek olarak aşağıdaki alıntı verilebilir:

ÖA42: B seçeneğidir. 90°lik açılar ile çünkü dörtgen olduğu için köşegenler diktir.

G(Görüşmeci): Neresidir köşegenleri?

ÖA42: Şuraları değil mi? (Kenarları gösteriyor.) (2. Soru)

ÖA20: Köşegenler... Her zaman dikdörtgende diktir. Bunlar[karşılıklı olmayan iki kenarı göstererek] birbirine dik. Yamukta bir kenar dik bir kenar değil. Eşkenar dörtgende dik olmayabilir. Ama dikdörtgende her zaman diktir.

G: Gösterebilir misin?

ÖA20: Şu dikdörtgende birbirine dik değil midir bu kenarlar? Her zaman dik olur diye düşündüm. Paralelkenarda farklı olabilir. Dik olmayabilir. 180'e tamamlar. Yamuk da keza öyle... Eşkenar dörtgen de. Ama dikdörtgende diktir.(1. Soru)

Diğer 6 öğretmen adayı ise birinci soruda köşegeni köşe olarak düşünüp cevap vermesine rağmen ikinci soruda köşegeni kenar olarak düşünüp cevap vermiştir. Bunun sebebi, birinci sorunun açığa ilişkin bir ifade içermesi ve ikinci sorunun “köşegenlerin uzunlukları” ifadesiyle kenara ilişkin bir çağrışım yapması olabilir. Bu öğretmen adayları 1. sorudaki açığa ilişkin ifadeyi görünce köşegeni açıyla ilişkilendirebilecekleri bir kavram olan “köşe” olarak algılamış olabilirler. Bununla birlikte ikinci soruda yer alan “uzunluk” kelimesi sebebiyle de uzunluğu olan bir kavram olan kenara yönelmişlerdir ve bu soruda köşegeni kenar olarak düşünmüşlerdir. Bu şekilde düşünen öğretmen adaylarına örnek olarak aşağıdaki alıntı verilebilir:

Tablo 3.

1. Soru İçin Köşegeni Köşe, 2. Soru İçin Köşegeni Kenar Olarak Düşünen Öğretmen Adayının İfadeleri

1. Soru için	2. Soru için
<i>ÖA40: Paralelkenar olarak bakarsak bu da paralelkenar. Her zaman köşegenler birbirine diktir.</i>	<i>ÖA40: Aşağıdakilerden hangisinde köşegenlerin uzunlukları eşittir... Eşkenar dörtgen... Yamuk değil dikdörtgen mi?</i>
<i>G: Köşegenleri gösterebilir misin bana?</i>	<i>G:Nasıldır dikdörtgenin köşegenleri?</i>
<i>ÖA40: Şunlar köşegenleri (köşeleri gösteriyor).</i>	<i>ÖA40: Şunlar köşegenleri onların [kenarları göstererek]. Bunlar köşeleri. Uzunlukları eşittir. Dikdörtgen olabilir.</i>
	<i>G: Nereleri köşegenleri bir daha gösterebilir misin?</i>
	<i>ÖA40: Şu şekilde düşünürsek. Şöyle [kenarları gösteriyor].</i>

Bunlar dışındaki 3 öğretmen adayı 1. soruda köşegenin ne olduğuna ilişkin doğru bir düşünceye sahip değilken ikinci soru hakkında konuşurken köşegenin ne olduğunu hatırlamıştır.

Aşağıdaki bölümde sırasıyla öğretmen adaylarının 1. ve 2. soruya verdikleri cevaplarının doğruluk dağılımları ve öğretmen adaylarının akıl yürütme biçimlerinden örneklere yer verilmiştir.

Birinci Soruya Verilen Yanıtların Analizi

Öğretmen adaylarının birinci soruya verdikleri cevapların frekansları ve yüzdeleri Tablo 4'te yer almaktadır. Tabloda görüldüğü gibi doğru cevaplayan öğretmen adaylarının sayısı ile yanlış cevaplayan öğretmen adaylarının sayısı eşittir. Köşegenleri dik olan dörtgeni belirlemede öğretmen adaylarının başarısının oldukça düşük olduğu söylenebilir.

Tablo 4.

Öğretmen Adaylarının Cinsiyetlere Göre 1. Soruya Verdikleri Cevaplarının Frekansları ve Yüzdeleri

	Doğru	%	Yanlış	%	Boş	%
erkek	9	19.15	11	23.40	1	2.13
kadın	13	27.65	11	23.40	2	4.26
toplam	22	46.80	22	46.80	3	6.39

Öğretmen adaylarının yanlış cevaplarının hangi seçeneklerde yoğunlaştığının görülmesi için, seçenekleri tercih etme sıklıkları Tablo 5'te gösterilmektedir. Tablo 5'e bakıldığında yanlış cevap veren öğretmen adaylarının büyük bir kısmının B seçeneğine yöneldiği görülmektedir. B seçeneğini tercih eden öğretmen adaylarının 15'i köşegeni kenar veya köşe olarak düşünmektedir. Cevap olarak kenarları birbirine dik olan dikdörtgeni tercih etmelerinin sebebinin bu olduğu söylenebilir. Yamuğun yer aldığı C şikkını ise hiçbir öğrenci tercih etmiştir.

Tablo 5.

Öğretmen Adaylarının Birinci Soruya Yönelik Cevaplarının Frekansları ve Yüzdesi

Seçenekler	f	%
A	22	46.8
B	21	44.7
C	0	0
D	1	2.1
BOŞ	3	6.4
Toplam	47	100.0

Öğretmen Adaylarının Dörtgenlerde Köşegenlerin Dikliğini Belirleme Yaklaşımları

Bu bölümde 47 öğretmen adayından köşegen kavramını bilen 29'unun (% 61.70) dörtgenlerin köşegenlerinin birbirine dik olup olmadığını belirlerken kullandıkları yaklaşımlar incelenmektedir. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmı (n=10, % 34.48) hiçbir açıklama getirmeden yalnızca hatırladıkları bilgiler ile karar vermişlerdir. Ezbere bilgi kullanımı yaklaşımı olarak adlandırılan bu yaklaşımı kullanan öğretmen adaylarında görülen ortak özellik köşegen kavramı ile ilgili nedenini açıklayamadıkları matematiksel fikirlere ifadelerinde yer vermeleridir. Örneğin bu yaklaşımda "Eşkenar dörtgende [köşegenler birbirine] dik diye hatırlıyorum ondan dik dedim" gibi ifadeler kullanılmaktadır. 7 öğretmen adayı (%24.14) tarafından kullanılan diğer bir yaklaşım ise köşegenler arasındaki açının değişimine yalnızca görsel olarak karar vermeleridir. 'Görsel yaklaşım' sergileyen bu öğretmen adayları "Eşkenar dörtgende böyle çizdiğimizde diktir. Dikdörtgende şu şekilde dik olmadığını görüyoruz" veya " Dikdörtgende de her iki kenar fazla uzun olduğu zaman dar açı ve dik açı oluşturabiliyor" ifadelerine benzer ifadeler kullanırlar. Bunların dışında 9 öğretmen adayı (%31.03) köşegenler arasındaki açıyı belirlerken, köşegenlerin açıortay olup olmama durumunu, köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin alanlarını veya ikizkenar olma özelliklerini kullanarak açıklama getirmektedirler. Bu açıklamaları yapan öğretmen adayları tutarlı akıl yürütmelerde bulunamamıştır. Bu sebeple bu yaklaşım 'eksik matematiksel bilgi ile ilişki kurma' şeklinde adlandırılmıştır. Bir öğretmen adayı ezberle bilgi ile görsel bilgiyi bir arada kullanırken, bir diğer öğretmen adayı da görsel bilgi ile eksik matematiksel bilgi ile ilişki kurma yaklaşımlarını bir arada kullanmıştır. Bunların yanında bir öğretmen adayı köşegenler arasındaki

açıyı belirlerken her üç yaklaşımı da kullanmaktadır.

Köşegeni tanıyabilen öğretmen adaylarının (n=29) büyük bir kısmının (n=18) açıklamalarının görsel ve sezgisel ifadeler içerdiği ve anlamlandırılmamış ezbere bilgi kullanımına dayandığı gözlenmiştir. Görsel olarak karar veren öğretmen adaylarının çizdikleri birkaç örnek üzerinden genellemeye gitme yanılığında bulunduğu söylenebilir. İddialarını desteklemek için dörtgenlerin özelliklerini kullanan 11 öğretmen adayı vardır. Bunun yanı sıra kullandıkları geometrik özellikler ile iddialarını desteklemede yetersiz kaldıkları söylenebilir. Öğretmen adaylarındaki bu yetersizlik köşegen kavramına yönelik sahip oldukları eksikliklerinin yanında, ispat yeteneklerindeki eksiklikle de ilişkili olabilir.

Ezber Bilgi Kullanma

10 öğretmen adayı soruları yanıtlarken öğrenimi sırasında rastladığı bilgileri hatırlamakta, fakat yanıtlarının altında yatan nedeni açıklayamamaktadır ve dörtgenlerde köşegenin dikliğini belirlerken ezber bilgi kullanmaktadır. Örneğin ezber bilgi kullanan bir öğretmen adayının açıklamasına aşağıda yer verilmektedir.

ÖA19: *Ama [köşegenlerin dikliği] eşkenar dörtgende kesin. Dikdörtgende de öyle ama onun kuralı olduğunu biliyorum. A şıkkı diyeceğim bilmiyorum.*

Görüldüğü gibi bir öğretmen adayı eşkenar dörtgenin köşegenlerinin birbirine dik olduğunu hatırlamaktadır. Fakat “Onun kuralı olduğunu biliyorum” ifadesi ile de belirttiği gibi kural olarak hatırlayıp nedenini bilmemektedir.

ÖA27: *Köşegenler birbirine diktir? [Cevap] eşkenar dörtgendir herhalde.*

G: *Dikdörtgende nasıldır?*

ÖA27: *Şu şekilde olduğu için bir diklik ifade etmiyor. Başka yerden de hatırladığım kadarıyla yamukta da dik değil. Bu şekilde de dik değil. Onu görebiliyorum. Yamukta da dik olmaz biliyorum.*

G: *Eşkenar dörtgendeki diklik nasıl?*

ÖA27: *Ya bunun dik olduğunu biliyorum bu şekilde ama nasıl olduğuna gelince. Bu açılar ile ilgili bir şey sanırım. Buradan bulabilirim diye düşünüyorum. Bir fikrim yok.*

Benzer şekilde bu öğretmen adayı “başka yerden de hatırladığım kadarıyla yamukta da dik değil” ve “yamukta da dik olmaz biliyorum” ifadeleri ile yamukta köşegenlerin dik olmadığını bilmektedir fakat nedenini açıklayamamaktadır.

Tablo 6’da ezbere bilgi kullanan öğretmen adaylarının cevaplarının doğru, yanlış ve boş olarak değerlendirmesi yer almaktadır. 10 öğretmen adayının 7’si (% 70) nedenini açıklayamadıkları bilgiler ile doğru cevaba ulaşmıştır. Köşegen kavramına ilişkin anlamlandıramadıkları bilgileri kullanan öğretmen adaylarının büyük oranda doğru cevaba ulaştığı söylenebilir.

Tablo 6.

Köşegenler Arasındaki Açığı Belirlerken Ezber Bilgi Kullanan Öğretmen Adaylarının Doğru, Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekansları ve Yüzdeleri

Cevap	f	%
Yanlış	2	20
Doğru	7	70
Boş	1	10
Toplam	10	100,0

Görsel Yaklaşımlarda Bulunma

Öğretmen adaylarından 7’si köşegenlerin arasındaki açığı karar verirken görsel yaklaşımlarda bulunmaktadır. Görsel yaklaşımlarda bulunan öğretmen adayları, açılarının ve

uzunlukların büyüyüp küçülmesine bağlı olarak köşegenler arasındaki açının değiştiğini ifade etmiştir. Görsel yaklaşımlarda bulunan öğretmen adaylarından biri kâğıt üzerine şekli çizip başka hiçbir ilişki kurmadan şekil üzerinde çizdiği köşegenlerin arasındaki açının dik görünüp görünmediğine bakarak karar vermiştir.

ÖA31: Hangisinde her zaman köşegenler diktir? Köşegenler diktir... Eşkenar dörtgende olması lazım. Eşkenar dörtgende böyle çizdiğimizde diktir.

G:Dikdörtgende nasıldır?

ÖA31: Dikdörtgende şu şekilde [köşegenleri çizerek] dik olmadığını görüyoruz dik değildir. Kare olsa yine dik olacaktır.

Bu öğretmen adayı eşkenar dörtgen ve dikdörtgendeki köşegenleri çizip, çizdiği şekil üzerinde farklı bir işlem yapmadan sadece görünüşe bakarak köşegenler arasındaki açıya karar vermiştir. Karar verirken kullandığı görsel yaklaşımın oldukça yüzeysel olduğu söylenebilir.

ÖA2: Örneğin şekil çizdiğimizde bir yamuk çizelim. Köşegenler her zaman dik olmayabilir. Örneğin bir kenar kısaldığı zaman... Şu direkt geldiği zaman... Şu açı [köşegenlerin arasındaki açı] daralacaktır ya da genişleyecek duruma göre. Paralelkenarda... Paralelkenarda da yatay eğimine göre bir kenar geniş açı oluyor. Bir açı da dar açı oluyor. Paralelkenarda da olmuyor. Eşkenar dörtgen... Bütün kenarları şeyse... Eşkenar dörtgen... Bütün kenarlarını çizelim. Ama paralellik olduğu zaman bunda olur mu? Bir de dikdörtgene bakalım. Dikdörtgende de her iki kenar fazla uzun olduğu zaman dar açı ve dik açı oluşturabiliyor. Bir taraf dar oluyor, iki yan kenarlar uzadığı zaman. Eşkenar dörtgende bütün kenarlar eşit olduğu için istediğimiz zaman şey yapabilir miyiz? Yatay yapalım... Ama dikdörtgende kenarlar, köşegenler birbirine dik olması lazım. Eşkenar dörtgende yan açıları daralttığımız zaman ortadaki açı genişleyebiliyor.

Bu öğretmen adayı köşegenlerin arasındaki açıya karar verirken açı ölçüsünün ve kenar uzunluğunun azalıp artmasına göre değişeceğini belirtmektedir. Benzer şekilde açı ve kenarların değişimine göre karar veren 6 öğretmen adayı vardır. Tablo 7'de görsel yaklaşımlarda bulunan öğretmen adaylarının verdikleri cevapların doğru, yanlış ve boş olarak değerlendirmesi yer almaktadır.

Tablo 7.

Köşegenler Arasındaki Açığı Belirlerken Görsel Karar Veren Öğretmen Adaylarının Doğru, Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekansları ve Yüzdeleri

Cevap	f	%
Yanlış	3	42,6
Doğru	3	42,6
Boş	1	14,8
Toplam	7	100,0

Tablo 7'de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının bu yaklaşım ile karar verdikleri doğru ve yanlış cevap yüzdeleri (% 42.6) eşittir. Bu yaklaşımı kullanan öğretmen adaylarının doğru cevap dağılımlarının düşük olması, kenar uzunlukları ile köşegenlerin arasında kalan açı arasındaki ilişkiyi bir arada düşünemedikleri söylenebilir.

Görsel ve Ezber Bilgiyi Birlikte Kullanma

Bir öğretmen adayı köşegenler arasındaki açının dik olup olmadığını belirlerken ezber bilgilerinin yanı sıra görsel yaklaşımlarda da bulunmuştur. Örneğin aşağıda ifadeleri verilen öğretmen adayı çizdiği şeklin kâğıt üzerinde görüldüğü hali ile köşegenlerin dik kesişip kesişmediğini belirlemiştir. Bunun yanı sıra köşegenin açılar ile ilgili olması gerektiğini düşünmektedir; fakat köşegenlerin açılar ile nasıl ilişkilendirebileceğini bilmemektedir. Fakat yine de bu yaklaşımı kullanan öğretmen adayı doğru cevaba ulaşmıştır.

ÖA37: Bunda A ile D arasında kaldım ama eşkenar dörtgen daha yakın geliyor. Yani şöyle bir eşkenar dörtgen ise eğer uçurtma gibi yani şurada dik kesişebilir ama paralelkenarda daha farklı. Yani dik olduğu durumlar vardır ama sanırım değil burada her zaman değil.

G: Eşkenar dörtgende neden dik olduğunu gösterebilir misin? Ya da açıklayabilir misin?

ÖA37: Yani karşılıklı açılarının birbirini 180'e tamamlaması ile ilgili bir şey ama... Onun nedenini ispat edemem.

Görsel ve Eksik Matematiksel İlişki Kurma

Bir öğretmen adayı köşegenler arasındaki açının dik olup olmadığını belirlerken görsellik ile birlikte köşegenlerin açıortay olması özelliğini birlikte kullanmıştır. Öğretmen adayı bu yaklaşımı kullanarak doğru yanıtı ulaşabilmiştir.

ÖA3: Mesela şu 60, buna 120 desem bundan [eşkenar dörtgenin iç açılarına keyfi açı değerleri vermektedir] çektiğim şeyle [köşegeni kastetmektedir] 30'a, buradan çektiğim 60 olur. Topamları... İkisinin toplamı 180 olduğu içinin yarısı 90 yapar.

G: Kesiştikleri yerdeki açı 90 olur diyorsun.

ÖA3: Öyle hatırlıyorum da.

G: Burası neden 30 olur?

ÖA3: Çünkü şey açıortay değil mi aynı zamanda?

G: Neden açıortaydır?

ÖA3: Ya çünkü köşegenlerin tam ortasından geçmesi lazım karşı köşegene gitmesi için yani şuraya gitmesi için açının ortasından geçmesi lazım diye düşünüyorum.

Bu öğretmen adayı köşegenler arasındaki açıyı belirlerken eşkenar dörtgende köşegenlerin açıortay olduğu bilgisini kullanmaktadır. Fakat neden köşegenlerin açıortay olduğu ile ilgili açıklamayı "...Şuraya gitmesi için açının ortasından geçmesi lazım diye düşünüyorum" ifadesinden anlaşılacağı gibi görsel olarak yapmaktadır.

Eksik Matematiksel Bilgi ve İlişki Kurma

Köşegenlerin dikliğini açıklarken; köşegenlerin açıortay olabilmesini, köşegenlerin ayırdığı üçgenlerin alanlarını veya ikizkenar olmasını veya kare şeklini referans alıp onunla ilişkilendirmeyi kullanan 9 öğretmen adayı bulunmaktadır. Tablo 8'de bu yaklaşımları kullanan öğretmen adaylarının doğru, yanlış ve boş olarak değerlendirilen cevap sayıları yer almaktadır. Dörtgenlerin özelliklerini kullanan öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun (n=8) doğru cevaba ulaştıkları söylenebilir.

Tablo 8.

Köşegenler Arasındaki Açıyı Belirlerken Eksik Matematiksel İlişkiler Kuran Öğretmen Adaylarının Doğru, Yanlış ve Boş Cevaplarının Frekansları ve Yüzdeleri

Cevap	f	%
Yanlış	1	11,11
Doğru	8	88,89
Boş	0	0
Toplam	9	100

Tablo 8'de görüldüğü gibi matematiksel ilişkiler kurma yaklaşımını sergileyen 9 öğretmen adayından 8'i doğru cevap vermektedir. Yanlış cevap veren öğretmen adayı köşegenlerin arasındaki açıyı şeklin ayırdığı üçgenlerin alanları ile ilişkilendirerek belirlemiştir. Bu öğretmen adayı paralelkenarın köşegenlerinin uzunluğunun eşit olduğunu düşünmektedir. Taban uzunluğu ve alanı eşit iki üçgenin yüksekliklerinin de aynı olması gerektiği fikrinden yola çıkmaktadır. Dolayısıyla uzunluğu eşit olan köşegenler birbirini dik kesmelidir şeklinde bir sonuca varmıştır.

ÖA9: Dikdörtgenlerin köşegenleri... Pardon. Her zaman dik değildir dikdörtgenin köşegenleri. Şöyle yamuktan yapayım bir tane. Yamuğun köşegenleri de her zaman dik değildir. Paralelkenar demek istiyorum ben buna.

G: Dikliğin sebebi nedir paralelkenardaki?

ÖA9: Ortaladım ya bunları, bunları [köşegenleri] eşit kesiyorum. Bir de karşılıklılar birbirine eşit oluyor dedim. Bir saniye... Şu alan ile şu alan birbirine eşit olabilmesi için. Taban alanı filan hani... Biraz da açıkçası mantiken yapıyorum biraz da emin değilim ama alandan gittim. Paralelkenar dedim ben buna.

3 öğretmen adayı köşegenler arasındaki açıya karar verirken kareyi referans alarak doğru cevap vermiştir. Bu öğretmen adayları karenin köşegenlerinin dik kesiştiği bilgisine sahiptir. Kareyi referans alarak köşegenlerin dik olup olamayacağına karar veren öğretmen adayları, karenin özelliklerini taşıyan dörtgeni seçmiştir. Aşağıda görüşmesinden bir kesit verilen bir öğretmen adayı dört kenarının uzunluğu karede olduğu gibi eşit olan eşkenar dörtgeni doğru cevap olarak seçmiştir. Bir öğretmen adayı kareyi referans almanın yanı sıra açıortay bilgisini de kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır.

G: Eşkenar dörtgenin nasıl dik oluyor köşegenleri?

ÖA14: Eşkenar dörtgen şöyle 4 kenarı eşit aslında, biraz kare aslında. Biraz kareden yola çıkarak düşündüm ama tam olarak da bilmiyorum ama. Cevap olarak eşkenar dörtgeni işaretlerdim sınavda olsam.

3 öğretmen adayı da köşegenin ayırdığı üçgenlerin ikizkenar olma özelliğini kullanmıştır. Aşağıda verilen ifadeyi kullanan öğretmen adayına benzer şekilde 3 öğretmen adayı eşkenar dörtgenin 4 kenarının eşit olduğunu bilmektedir. Öğretmen adayları köşegenin ayırdığı ikizkenar üçgenlerde kenarortay ve açıortayların aynı zamanda yükseklik olduğu bilgisini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır.

ÖA6: Eşkenar dörtgende şekil çizdiğim zaman dört kenarın eşit olduğunu biliyorum bu köşegenler birbirini ortalayacak dolayısıyla eşit olması gerekir. Şu köşeler birbirine eşit olduğu için mutlaka ortalar gibi geliyor. 1. üçgen, 2. üçgen. Köşegeni çizdiğim zaman... Bir saniye. Şöyle olmaz sanırım buralar birbirini ortalar. Buralar birbirini ortalar. 5 olsa... Köşegenlerin birbirini ortaladığını düşünüyorum. Hem kenarortay hem de diktir. O yüzden bunların dik kesiştiğini hatırlıyorum. Bunun paralelkenarın dik kesişmediğini hatırlıyorum. Yamukta zaten dik kesişmiyor. Dikdörtgen de aynı şekilde. Eşkenar dörtgen ikizkenar üçgen olmasından dolayı üçüncü özelliği sağlıyor.

Öğretmen adaylarının biri köşegenlerin açıortay olabilme özelliğini kullanarak doğru cevaba ulaşmaktadır. Bu öğretmen adayı eşkenar dörtgenlerin köşegenlerinin aynı zamanda açıortay olduğu bilgisini kullanarak ve köşegenlerin arasındaki açının 90° olması gerektiği sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adayı eşkenar dörtgenin özelliklerini kullanarak, köşegenlerin dikliğini açıklayabilmiştir. Bu öğretmen adayının diğer öğretmen adaylarına göre iddialarını desteklemede daha iyi olduğu söylenebilir.

ÖA7: Tüm kenarları birbirine eşit. Şu köşegenler birbirine dik aynı zamanda bunlar da birbirine eşit.

G: O dikliğin sebebini biliyor musun?

ÖA7: Şu açılar birbirine eşit aynı zamanda şuna [açıortayın bir köşede ayırdığı açılara] alfa alfa dersek, buna [açıortayın diğer köşede ayırdığı açılara] beta beta dersek eşitlediğimizde alfa artı beta 90 oluyor. Köşegen olduğu zaman açıortay da oluyor.

Ezber ile Görsel Bilgiyi Kullanma ve Eksik Matematiksel Bilgi ile İlişki Kurma

Bir öğretmen adayı da akıl yürütmeleri sırasında ezbere bilgilerini kullanmanın yanı sıra görsel değerlendirmeler yapmış ve bazı matematiksel ilişkiler kurarak sonuca varmaya çalışmıştır. Bir başka ifade ile öğretmen adayı yukarıda verilen yaklaşımların tamamını sergilemiştir.

ÖA16: Tüm kenarlar eşit olacak eşkenar dörtgen dediğine göre tüm kenarlar eşit ise. Yükseklikler de eşit olacak. Alanları ikiye bölerse, buranın ile buranın alanı eşit olur.

ÖA16: Yamuğu çizersen şu şekilde. Dik olmaz buralar. Bu belki anlatamıyoruz ama. Ya bu kaç senenin birikimi olduğu için şey olmuyor yani. Öyle olduğunu biliyorum yani. Mesela dikdörtgende olmadığını yamukta olmadığını biliyorum.

Bu öğretmen adayı "Ya bu kaç senenin birikimi olduğu için şey olmuyor yani. Öyle olduğunu biliyorum yani. Mesela dikdörtgende olmadığını yamukta olmadığını biliyorum" sözleriyle ezbere bildiği fakat açıklayamadığı bazı bilgileri kullandığını ifade etmiştir. Bunun yanı sıra matematiksel ilişki olarak köşegenin ayırdığı parçaların yani üçgenlerin alanlarının eşit olduğu bilgisini de kullanmaktadır. Yamuk için karar verirken ise bir yamuk şeklinin köşegenlerini çizerek

köşegenlerin arasında kalan açının dik olup olmadığına başka bir işlem yapmadan yüzeysel olarak karar vermektedir.

İkinci Soruya Verilen Yanıtların Analizi

Tablo 9'da öğretmen adaylarının ikinci soruya verdikleri doğru, yanlış ve boş olarak değerlendirilen cevaplarının frekansları ve yüzdeleri yer almaktadır. Soruya verilen cevapların % 63,5'i doğru iken % 32'si yanlıştır. Öğrenci cevaplarının, bazı dörtgenlerde köşegenlerin dikliğini belirleme ile ilgili soruya göre bu soruda doğru cevap oranının daha yüksek olduğu görülmektedir. Bunun bir sebebi köşegen kavramını köşe olarak düşünen 3 öğretmen adayının, köşegenin uzunluğundan bahsedildiğinde bu yanılgılarının farkına varmalarıdır. Bir diğer sebebi de köşe olduğunu düşünmeye devam edenlerin, dikdörtgenin iç açılarının 90° olduğunu düşünerek yanlış bir düşünceyle de olsa doğru cevabı seçmeleridir. Doğru cevap veren öğretmen adaylarından 4'ü köşegen kavramını bilmemelerine rağmen doğru çözüme ulaşmıştır. Yanlış cevap veren adaylardan 10'u ise köşegeni kenar olarak gördükleri için yanlış cevap vermişlerdir. Bunların yanı sıra köşegeni kenar olarak düşünen bir öğretmen adayı da soruyu yanıtsız bırakmayı tercih etmiştir.

Bu soruda öğretmen adaylarının yaklaşımlarına bakıldığında Pisagor teoreminden yararlanma, üçgen benzerliğini kullanma gibi matematiksel ilişkilerin 1. soruya kıyasla daha fazla kullanıldığı söylenebilir.

Tablo 9.

Öğretmen Adaylarının Cinsiyetlere Göre 2. Soruya Verdikleri Cevaplarının Frekansları ve Yüzdeleri

	Doğru	%	Yanlış	%	Boş	%
Erkek	17	36	4	8,5	0	0
Kadın	13	27,5	11	23,5	2	4,25
Toplam	30	63,5	15	32	2	4,25

Aşağıda köşegeni bilen 32 öğretmen adayının köşegen uzunlukları eşit olan dörtgene karar verirken kullandıkları yaklaşımlar yer almaktadır.

Doğru Cevaplar ve Gözlemlenen Yaklaşımlar

Doğru cevap veren öğretmen adaylarından 14'ü Pisagor bağıntısından yararlanarak doğru çözüme ulaşmaktadır. Dikdörtgenin karşılıklı kenarlarının eşit olduğunu ve tüm açılarının 90° olduğunu bilen adaylar için Pisagor bağıntısını uygulamak çözüm yollarından bir tanesi olmuştur ve doğru çözümlerin yaklaşık olarak % 50'sini oluşturmaktadır. Örnek açıklamalardan birkaçını vermek gerekirse;

ÖA9: Köşegen uzunlukları eşittir... Dikdörtgen. Şöyle bir dikdörtgen çizeyim. Dikdörtgende zaten karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşitti ve açıları 90 dereceydi. Şöyle göstereyim kısa kenara a uzun kenara b dersem en basiti hipotenüsten gidersem şu köşegen uzunluğu $\sqrt{a^2 + b^2}$ bulurum. Yine aynı şekilde burada da uyguladığımda birbirine eşit gelir.

ÖA35: Köşegenlerin uzunlukları eşittir. Köşegen dediğimiz zaman ortadan çizilen şu uzunluk olması lazım. Dikdörtgenin kısa kenarları birbirine eşittir. Eğer uzun kenarları birbirine eşittir. Dikdörtgen olduğu için iki tane dikdörtgen çıkar ortadan ayırdığımız zaman. Hipotenüsü bulduğumuz zaman her ikisi de eşit olur.

Doğru cevap veren adaylardan 3'ü köşegenin ayırdığı üçgenleri karşılaştırarak çözüme ulaşmıştır. Yaklaşımlardan 2 tanesi Kenar-Açı-Kenar benzerlik yöntemini kullanmak olmuştur. Örnek olarak aşağıdaki çözüm verilmiştir.

ÖA8: Dikdörtgende karşılıklı kenarları eşit, mesela buraya a dersek buraya a dersek buraya b dersek buraya b dersek hani şu açıda zaten 90 olduğu için bu da benzerlikten c olur. Bu üçgen de bunun aynısı zaten direk burası da c olur öyle düşüürsek köşegenleri eşit oluyor.

Bir aday ise dikdörtgende köşegenlerin ayırdığı üçgenlerin aynı olacağını söylemiş fakat benzerlikleriyle ilgili herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Doğru cevap veren adaylardan 6'sı görsel açıklamalardan yararlanarak çözüme ulaşmıştır. Açıklamalardan 5'i de açılarının görsel olarak karşılaştırılmasını içermiştir. Öğretmen adayları paralelkenar, eşkenar dörtgen ve yamuk için farklı açılarının olabileceğini ve bu açılarının büyüüp küçülmesine bağlı olarak köşegen uzunluklarının değişeceğini ve birbirine eşit olmayacağını ifade etmiştir. Dikdörtgen de ise tüm açılarının eşit ve her zaman 90° olmasına bağlı olarak köşegen uzunluklarının her zaman birbirine eşit olacağını söylemişlerdir. Bu öğretmen adaylarından 2'si dikdörtgende karşılıklı kenar uzunluklarının birbirine eşit olmasına bağlı olarak köşegen uzunluklarının eşit olacağını iddia etmiştir. Karşılıklı kenar uzunlukları eşit olan paralelkenar ve eşkenar dörtgen için ise yorum yapmamışlardır. Sadece dikdörtgen için "Köşegen uzunlukları eşit gibi görünüyor." (ÖA48) ifadesi kullanılmıştır.

Açıklamalardan biri hem açılarının hem de kenarlarının görsel karşılaştırmasına yönelik olmuştur. "Dikdörtgen için hem karşılıklı kenarları eşit hem de tüm açıları eşit ve 90° 'dir. Buna bağlı olarak köşegen uzunlukları eşit olması lazım. Görsel olarak bana öyle geliyor." (ÖA38) ifadesi kullanılmıştır.

Doğru cevap veren diğer 3 öğretmen adayı aslında doğru olmayan akıl yürütmelerle doğru cevaba ulaşmıştır. Bu öğretmen adaylarından biri tüm kenarlarının eşitliği ve açılarının dikliğinin köşegenlerin uzunluklarının eşitliğini doğuracağını ifade etmiştir. Diğer bir öğretmen adayı ezberlediği bilgilere dayanarak dikdörtgen cevabını vermiş ve herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Bir öğretmen adayı da karenin tüm açılarının eşit olması sebebiyle köşegen uzunluklarının da birbirine eşit olduğunu ifade etmiştir.

Yanlış Cevaplar ve Sergilenen Yaklaşımlar

Yanlış cevaplara ilişkin seçenek analizi Tablo 10'da verilmektedir. Tabloda yanlış cevapların büyük bir kısmının (% 93.3) eşkenar dörtgende yoğunlaşmış olması dikkat çekmektedir. Bunun sebebinin köşegeni kenar olarak düşünen öğretmen adaylarının kenar uzunlukları eşit olan eşkenar dörtgeni seçmeleri olduğu söylenebilir. Nitekim köşegenin kenar olduğunu düşünen 10 öğretmen adayı bu soruda yanlış cevap olan eşkenar dörtgeni seçmiştir.

Tablo 10.

Yanlış Cevap Veren Öğrencilerin Tercih Ettikleri Seçeneklerin Frekansları ve Yüzdeleri

	Eşkenar Dörtgen	%	Paralelkenar	%
Erkek	4	26.6	0	0
Kadın	10	66.6	1	6.7
Toplam	14	93.3	1	6.7

Yanlış cevap veren adaylardan biri eşkenar dörtgenin köşegenlerinin hem açıortay hem de kenarortay olduğunu ve bu sebeple köşegen uzunluklarının eşit olacağını iddia etmiştir ve eşkenar dörtgen cevabını işaretlemiştir.

Diğer iki öğretmen adayı tüm kenarlarının eşit olması, köşegen uzunluklarının eşit olması için bir şarttır diyerek eşkenar dörtgen cevabını işaretlemişlerdir. Bir öğretmen adayı ise kareden yola çıkarak yanlış cevap vermiştir.

ÖA6: Aslında köşegen uzunlukları eşit olan bir kareyi biliyorum. Köşegenler birbirini ortalar ve uzunlukları birbirine eşittir diye. Kare şekline benzettiğim burada bir tek eşkenar dörtgen var. Tam olarak hatırlamıyorum. Birbirini ortalar ama eşkenar dörtgen diyeceğim. Şu an aklımda kare kalmış sadece kareden yola çıkarak eşkenar dörtgen diyorum.

Paralelkenar cevabını veren öğretmen adayı herhangi bir açıklamada bulunmamıştır.

ÖA19: Köşegenlerin uzunlukları eşittir. Eşkenar dörtgende değil çünkü farklı. Paralelkenar, bu da eşittir.

G: Yamukta nasıldır?

ÖA19: İşte onu düşünemedim. Köşegenler şöyle. Yamukta değildir, çünkü tavan daha uzun o yüzden. İşte anlatabilsem bunu paralelkenara çevirsek burası tam yarıdan bölüyor ama diğeri buradan başlıyor. Eşit olması için bunun da buradan başlaması şeklinde düşündüm.

Sonuçlar ve Tartışma

Bu araştırmanın sonucunda katılımcı öğretmen adaylarının yaklaşık üçte birinin köşegen kavramına yönelik doğru bir kavram görüntüsüne sahip olmadıkları ve köşegeni kenar veya köşe olarak algıladığı belirlenmiştir. Bu sonuç, öğretmen adaylarının temel geometrik kavramlara yönelik eksik ve yanlış algılarının olduğunu belirten çalışmaları desteklemektedir (Çetin ve Dane, 2004; Dane, 2008; Pickreign, 2007; Sandt ve Nieuwoudt, 2003). Çalışmanın bir diğer sonucu, öğretmen adaylarının % 21.27'sinin köşegenleri dik olan dörtgeni belirlerken ezber bilgi kullanmaları ve açıklamaları istendiğinde açıklayamamalarıdır. Cunningham ve Roberts (2010) tarafından yapılan çalışmada, öğretmen adaylarının çokgenlerin köşegenlerini belirlerken prototiplerin dışındaki örneklerde başarısız oldukları saptanmıştır. Öğretmen adaylarının köşegen konusundaki kavram görüntülerinin gördükleri örnekler ile sınırlı olması, kavrama yönelik uygun kavram görüntülerinin oluşmadığını ifade etmektedir. Her iki çalışma da öğretmen adaylarının köşegen kavramlarına yönelik bilgilerinin anlamlandırılmamış bilgiler olması bakımından örtüşmektedir.

Çalışmanın bir diğer sonucunda, köşegenleri dik olan dörtgeni belirlerken öğretmen adaylarının %21.27'sinin, köşegenlerinin uzunluğu eşit olan dörtgeni belirlerken ise öğretmen adaylarının %12.7'sinin görsel yaklaşımlarda bulunduğu görülmektedir. Bu yaklaşım van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden 1. seviyeye denk gelmektedir. 1. seviye öğretmen adaylarından beklenenin çok altındadır. Bu sonuç, öğrenci ve öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerini belirleyen pek çok çalışmanın bulgularını desteklemektedir (Çetin ve Dane, 2004; Dane, 2008; Duatepe, 2000; Gökbulut, Sidekli ve Yangın, 2010; Sandt ve Nieuwoudt, 2003; Pickreign, 2007; Roberts, 1995; Şahin, 2008; Usiskin, 1982).

Araştırmanın diğer bir sonucu, öğretmen adaylarının köşegen uzunlukları eşit olan dörtgeni belirlemede, köşegenleri dik olan dörtgeni belirlemeye göre daha başarılı olmalarıdır. Doğru cevap veren öğretmen adaylarının büyük bir çoğunluğunun Pisagor teoreminden yararlandığı görülmüştür. Bu sonuç Duatepe (2000) tarafından yapılan çalışmada öğretmen adaylarının dikdörtgenin köşegen uzunluklarıyla ilgili başarılarının, karenin köşegenlerinin dikliğiyle ilgili başarılarından daha yüksek olduğu sonucu ile paralellik göstermektedir. Bunun yanı sıra bu sonuç Usiskin (1982) ve Roberts (1995) tarafından yapılan çalışmalar ile çelişmektedir. Bu kültürel farklılıkların yanında, ülkemizdeki öğretimde Pisagor teoreminin hem öğretim hem de değerlendirmeler sırasında çok sık karşılaşılan ve öğrenciler arasında bilinirliği yüksek olan bir teorem olmasından kaynaklanmış olabilir.

Çalışmanın bir diğer sonucu, eşkenar dörtgenin köşegenlerine yönelik öğretmen adaylarının doğru olmayan bilgilere sahip olmasıdır. 1. soruda eşkenar dörtgenin köşegenlerinin dik olmadığını ve 2. soruda eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olması gerektiğini düşünen öğretmen adayı sayısı fazladır. Bu sonuç Duatepe (2000), Usiskin (1982) ve Roberts (1995) tarafından yapılan çalışmalarda eşkenar dörtgene yönelik eksikliklerinin olduğunu gösteren 8. ve 14. sorulardaki düşük başarı oranıyla örtüşmektedir.

Bu çalışma göstermiştir ki öğretmen adayları kullandıkları geometrik özellikler ile iddialarını desteklemede yetersiz kalmaktadır. Bu sonuç, Kuzniak ve Rauscher (2007) tarafından yapılan çalışmada köşegenleri içeren sorulardaki öğrencilerin düşük akıl yürütme seviyelerine sahip olduğu sonucunu desteklemektedir. Oysa öğretmen adaylarından beklenen daha alt düşünme düzeyi gerektiren bu sorularda, öğrencilerden daha üstün başarı göstermeleridir. Öğretmen adaylarındaki bu yetersizliğin sebebi, köşegen kavramına yönelik sahip oldukları eksikliklerinin yanında ispat konusundaki yetersizlikleri de olabilir. Örneğin öğretmen adayları köşegenlerin dikliğinin hangi geometrik özellikler ile ilişkili olduğunu belirtmekte, fakat bu özellikleri

organize ederek iddialarını kanıtlayamamaktadırlar. Bu sonuç, Gutierrez, Pegg ve Lawrie (2004) tarafından yapılan çalışmada 12-17 yaş grubu öğrencilerinin köşegen kavramını içeren iddialarını doğrulamalarındaki yetersizliklerinin olduğu sonucuyla örtüşmektedir.

Öneriler

Araştırmada öğretmen adaylarının geometriye yönelik içerik bilgilerinin düşük olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının köşegen kavramına yönelik yanlışlarının düzeltilmesi ve eksiklerinin giderilmesi amacıyla mesleğe başlamadan önce ek bir öğretim programına katılmaları yararlı olabilir. Öğretmen adaylarının dörtgenlerde köşegen kavramına yönelik anlayışlarının geliştirilmesi için öğretimler sırasında köşegenleri dik kesişen veya uzunlukları eşit olan dörtgenlerin yanı sıra böyle olmayan dörtgenlerin özelliklerine yer verilmeli ve bunlar karşılaştırılarak nedenleri üzerinde durulmalıdır. Bunun yanı sıra öğretmen adaylarının akıl yürütme seviyelerinin düşük olduğu ve iddialarını kanıtlamada yetersiz oldukları görülmüştür. Buna yönelik olarak öğretmen eğitiminde ispatlara yer verilmesi önerilebilir. Ayrıca araştırmacılar tarafından dörtgenlerdeki köşegenlerin farklı özellikleri verilir, bunların nedenlerinin açıklanmasına yönelik sorular hazırlanarak öğrencilerin ispat yeteneklerinin analiz edildiği çalışmalar yapılabilir. Bunların yanı sıra araştırmacılar tarafından öğretmenlerin köşegen kavramına ilişkin kavram görüntüleri öğrencileri ile birlikte incelenerek, öğrenciye yansımalarının analiz edildiği çalışmalar gerçekleştirilebilir.

Kaynakça

- Cunningham, F. ve Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *IUMPS The Journal.*, 1, 1-17
- Çetin, Ö. F. ve Dane, A. (2004). Sınıf Öğretmenliği III. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Bilgilere Erişi Düzeyleri Üzerine, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(2), 427-436.
- Çoker, D. ve Karaçay, T. (1983). *Matematik Terimleri Sözlüğü*. (1. Baskı). Türk Dil Kurumu Yayınları no: 508. Ankara:
- Dane, A. (2008). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı Öğrencilerinin Nokta, Doğru ve Düzlem Kavramlarını Algıları. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 41-58.
- Duatepe, A. (2000). An investigating of the relationship between van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for pre-service elementary school teachers. Unpublished Masters' Thesis, Middle East Technical University.
- Duatepe Paksu, A. (2010). *Sınıf Öğretmeni Adaylarının İlköğretim Programındaki Geometri İçeriğine Hazırbulunuşluk Düzeyleri, Geometri Düşünme Düzeyleri ve Geometriye Karşı Tutumlarının Belirlenmesi*. Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi 2007 EGT 003 nolu proje raporu.
- Gökbulut, Y., Sidekli, S., ve Yangın, S. (2010). Sınıf Öğretmeni Adaylarını Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerinin Bazı Değişkenlere (Lise Türü, Lise Alanı, Lise Ortalaması, Öss Puanları, Lisans Ortalamaları Ve Cinsiyet) Göre İncelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8(2), 375-396.
- Gutierrez, A., Pegg, J. ve Lawrie, C. (2004). Characterization of students' reasoning and proof abilities in 3-Dimensional Geometry. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 511-518.
- Kuzniak, A. ve Rauscher, J.C. (2007). On the geometrical thinking of pre-service school teachers. *Proceedings Cerme4, Sant Feliu de Guixols Spain*.
- MEB. (2009). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu: 6-8 sınıflar. 10 Ağustos 2011 tarihinde, <http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx?tur=ilkogretim&lisetur=&ders=&sira=&sinif=&sayfa=2> adresinden alınmıştır.

- Pickreign, J. (2007). Rectangles and Rhombi: how well do pre-service teachers know them? *IUMPST: The Journal*, Vol 1 (Content Knowledge). [www.k-12prep.math.ttu.edu]
- Roberts, S.K. (1995). A study of the relationship between demographic variables and van Hiele level of thinking for pre-service elementary school teachers. Doctoral Dissertation, Wayne State University. *Dissertation Abstracts International*, 57, 01A:0176.
- Sandt, S. ve Nieuwoudt, H., D. (2003). Grade 7 teachers' and prospective teachers' content knowledge of geometry. *South African Journal of Education*. 23(3), 199-205.
- Şahin, O. (2008). *Sınıf Öğretmenlerinin ve Sınıf Öğretmeni Adaylarının Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri*, Yüksek lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.
- Tall, D. ve Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels And Achievement In Secondary School Geometry. (Final report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project.) Chicago: University of Chicago. (ERIC Document Reproduction Service No. ED220288).
- Yıldız, C., Güven, B. ve Koparan, T. (2010). Use of Cabri 2D software in drawing height, perpendicular bisector and diagonal. *Procedia Social and Behavioral Sciences* vol 2. 2040-2045.